

Buněčné automaty

Radek Pelánek

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kam směřujeme?

- modelování systémů „od spodu“ - individua, lokální interakce
- agent based modeling (ABM) – modelování založené na agentech
- proč buněčné automaty (cellular automata, CA)?
 - předchůdce ABM: historicky i technicky
 - jednoduché, snadno formalizovatelné a přitom silné
 - několik zajímavých modelů

Základní principy

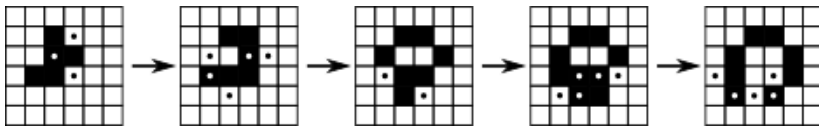
- diskrétní prostor i čas
- striktně lokální interakce
- mnoho „buněk“

simulace klíčová

Hra Život

- čtverečková síť buněk, sousedi se počítají i diagonálně
- stavy buněk: živá, mrtvá
- hraje se na kola
- pokud je buňka **živá**:
 - < 2 sousedi \Rightarrow umírá na osamělost
 - > 3 sousedi \Rightarrow umírá na přehuštní
 - $2 \vee 3$ sousedi \Rightarrow přežívá
- pokud je buňka **mrtvá**:
 - 3 sousedi \Rightarrow ožívá
 - jinak zůstává mrtvá

Hra Život: příklad



Základní poselství

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.

Vztah k chaosu, komplexitě, vyčíslitelnosti.

Historie – vybrané poznámky

- 40. a 50. léta: von Neuman, Ulam: základní formalismus (studium sebe-reprodukce)
- 1970: Conway: hra Život, článek v Scientific American (Gardner), značná pozornost
- 1983: Wolfram: přehledový článek o CA, začátek studia CA ve fyzice
- 2002: Wolfram: A New Kind of Science

Základní charakteristiky CA

diskrétní prostor mřížka buněk

homogenita všechny buňky identické

diskrétní stavy každá buňka může mít jen konečný počet stavů

lokální interakce stav buňky určen jen na základě blízkého okolí

diskrétní dynamika stav se mění synchronizovaně, v diskrétních časových krocích

Mřížka

- jednorozměrná
- dvourozměrná: obdélníková, šestiúhelníková, ...
- vícerozměrná

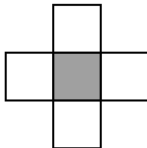
Okolí buňky

$N(i)$ - okolí buňky i , příklady:

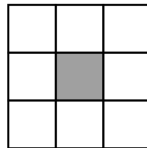
jednorozměrné
okolí



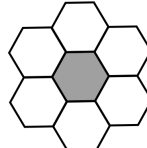
von Neumanovo
okolí



Moorovo
okolí



šestiúhelníkové
okolí



Okrajová podmínka

- teorie – nekonečné mřížky
- simulace – konečné mřížky
 - periodická okrajová podmínka (kružnice, torus)
 - fixní hodnota okrajových buněk

Lokální stavy

- konečná množina lokálních stavů: $\Sigma = \{0, \dots, k - 1\}$
- stav i -té buňky v čase t značíme $\sigma_i(t) \in \Sigma$

Přechodové pravidlo

Pravidlo určuje následující stav na základě stavů buněk v okolí:

- $\phi : \Sigma^n \rightarrow \Sigma$, kde n je velikost okolí
- $\sigma_i(t+1) = \phi(\sigma_j(t), j \in N(i))$

Speciální třídy CA

Zpřísněním požadavků na přechodovou funkci dostáváme speciální třídy CA:

- legal** zachování „klidového“ stavu + symetrie
- totalistic** přechodová funkce pracuje pouze se součtem hodnot z okolí
- outer-totalistic** rozhoduje stav buňky + součet z ostatních
- additive** lineární funkce (modulo k) přes hodnoty z okolí

Sémantika: stavový prostor

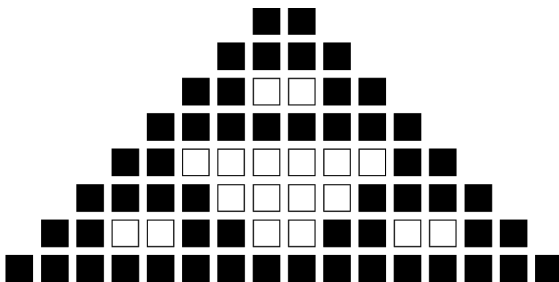
- stav automatu: přiřazení lokálních stavů všem buňkám ($M \rightarrow \Sigma$)
- deterministické: každý stav má právě jednoho následníka
- konečná mřížka \rightarrow konečný stavový prostor \rightarrow každý výpočet se časem zacyklí

Jednorozměrné CA

- k stavů, r velikost okolí
- pravidlo tvaru:

$$\sigma_i(t+1) = \phi(\sigma_{i-r}(t), \dots, \sigma_i(t), \dots, \sigma_{i+r}(t))$$

Příklad: dynamika



G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

Wolframova klasifikace

- Třída I** Vývoj spěje vždy do fixního stavu, ve kterém se již stav buněk nemění.
- Třída II** Vývoj spěje k jednoduchým periodickým strukturám, které se neustále opakují.
- Třída III** Aperiodické, chaotické, náhodně vypadající chování.
- Třída IV** Složité vzory, které se pohybují „prostorem“.

Třída I: ukázky

00040001002000200020030000004	00100001000000200001030000014	00001001000000200400030100004

Figure 15.5 Examples of Wolfram's Class I

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

Třída II: ukázky

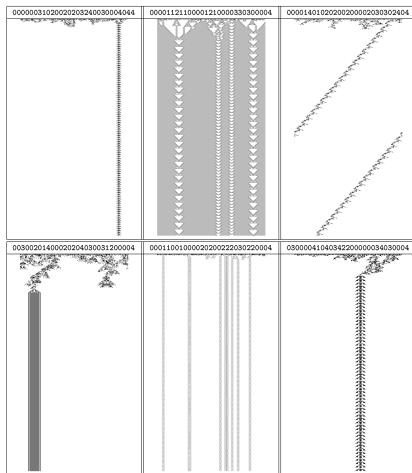


Figure 15.6 Examples of Wolfram's Class II

Třída III: ukázky

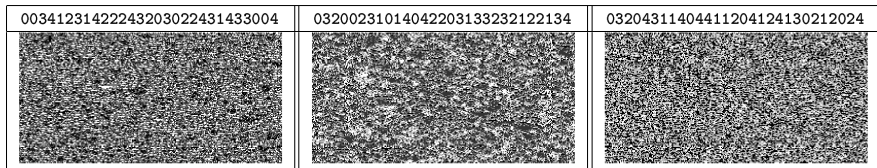


Figure 15.7 Examples of Wolfram's Class III

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

Srovnání s programy (vyčíslitelnost)

Třída I (fixní stav)

triviální programy (bez cyklů
či omezený počet opakování)

Třída II (jednoduché cyklení)

programy, které se triviálně
zacyklí

Třída III (chaos)

generátor náhodných čísel

Třída IV (komplexní vzory)

programy, které dělají zají-
mavé věci

Langtonův parametr

- jeden ze stavů označíme za „klidový“ stav q
- N - celkový počet pravidel
pro jednorozměrný automat s k lokálními stavy a okolím velikosti r je $N = k^{2r+1}$
- n_q - počet pravidel, která vedou do klidového stavu q
- Langtonův lambda parametr:

$$\lambda = \frac{N - n_q}{N}$$

Hra Život

- čtverečková síť buněk, sousedi se počítají i diagonálně
- stavy buněk: živá, mrtvá
- hraje se na kola
- pokud je buňka **živá**:
 - < 2 sousedi \Rightarrow umírá na osamělost
 - > 3 sousedi \Rightarrow umírá na přehuštní
 - $2 \vee 3$ sousedi \Rightarrow přežívá
- pokud je buňka **mrtvá**:
 - 3 sousedi \Rightarrow ožívá
 - jinak zůstává mrtvá

Cíle návrhu pravidel

Autor Conway, inspirován von Neumannem, výzkumem sebe-reprodukce.

Cíl: **jednoduché pravidlo s náročnou předpověditelností.**

- Pro žádnou počáteční konečnou konfiguraci by nemělo být triviálně dokazatelné, že roste nade všechny meze.
- Měly by existovat počáteční konfigurace, které (alespoň zdánlivě) rostou nade všechny meze.
- Měly by existovat počáteční konfigurace, které se vyvíjejí a mění dlouhou dobu než upadnou do stabilního stavu (resp. krátkého oscilujícího cyklu).

Nekonečný růst

- Conwayova hypotéza: „nekonečný růst ve hře Život není možný“
- nabídl \$50 tomu, kdo to dokáže nebo vyvrátí
- hypotéza neplatí
 - dokázáno během 1 roku
 - tým z MIT
 - našli konfiguraci vedoucí k „nekonečnému růstu“

Proč „Život“?

Je pravděpodobné, že pokud poskytneme dostatečný prostor a začneme v náhodném stavu, tak po dostatečně dlouhé době osídlí části prostoru inteligentní sebe-reprodukcující bytosti.
(J. H. Conway)

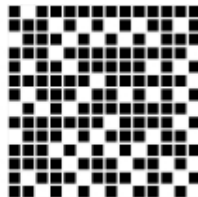
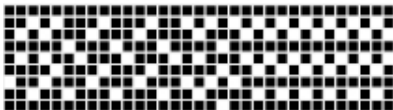
Hra má schopnost z náhodného stavu vytvářet pravidelné a zajímavé struktury (srovnej *primordial soup*).

Další ...

- YouTube: „game of life“, např.
 - <https://www.youtube.com/watch?v=C2vgICfQawE>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=R9Plq-D1gEk>
- <http://www.conwaylife.com/>
- http://www.conwaylife.com/wiki/Main_Page

Garden of Eden

Konfigurace, která nemá předchůdce.



Turingovská síla CA

- pro každý TS existuje CA, který zadaný TS simuluje (jednoduché)
- pro každý TS a slovo w existuje **konečná počáteční konfigurace hry Život**, která simuluje výpočet TS nad tímto slovem
- platí dokonce i pro jednorozměrné pravidlo R110 (2 hodnoty, okolí velikosti 1)

Simulace Turingova stroje pomocí hry Život

- data = gliders (kluzáci)
důležité prvky: anihilace (srážka dvou kluzáků), eater (požírač kluzáků)
- data stream = glider gun
- logické funkce – viz obrázek
- paměť – registry (viz Minského stroj)

Simulace logických funkcí

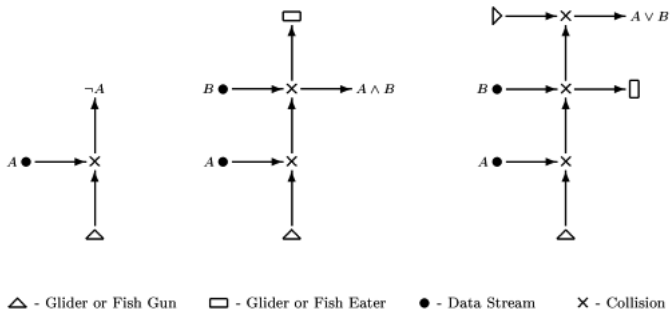


Figure 15.15 Constructing logical primitives in Life

G. Flake, *The Computational Beauty of Nature*

Základní poselství: připomenutí

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.

Další jednoduché 2D CA

- parity
- totalistic 2D automaty
- majority model

viz NetLogo demo

Sebe-reprodukce

Počáteční impuls pro studium CA, von Neuman:

- pozorování:
 - reprodukce v přírodě: udržení (zvyšování) složitosti
 - stroje: snižování složitosti
- kritéria návrhu:
 - univerzální stroj: dokáže dle popisu sestrojít cokoliv
 - sebe-reprodukce: dokáže vyrobit vlastní kopii
- sestrojil takový automat, 29 lokálních stavů, velmi komplikovaný

Langtonův automat

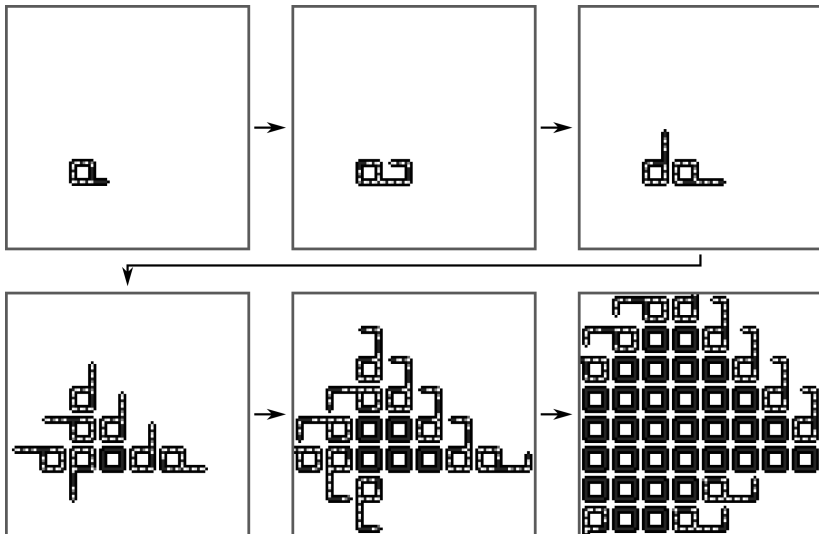
Langton:

- volnější definice sebe-reprodukce: studuje, co je pro sebe-reprodukcí „nutné“ (nikoliv „dostatečné“)
- kritéria návrhu:
 - řízení reprodukce nemá být pasivní - řízeno nejen mechanismem (pravidly)
 - aktivní role struktury, která se sebe-reprodukuje

$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B \sigma_L$ → σ'_C	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B \sigma_L$ → σ'_C	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B \sigma_L$ → σ'_C	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B \sigma_L$ → σ'_C	$\sigma_C \sigma_T \sigma_R \sigma_B \sigma_L$ → σ'_C
00000 → 0	02527 → 3	11322 → 1	20242 → 2	30102 → 1
00001 → 2	10001 → 1	12224 → 4	20245 → 2	30122 → 0
00002 → 0	10006 → 1	12227 → 7	20252 → 0	30251 → 1
00003 → 0	10007 → 7	12243 → 4	20255 → 2	40112 → 0
00005 → 0	10011 → 1	12254 → 7	20262 → 2	40122 → 0
00006 → 3	10012 → 1	12324 → 4	20271 → 2	40135 → 0
00007 → 1	10021 → 1	12327 → 7	20312 → 2	40212 → 0
00011 → 2	10024 → 4	12425 → 5	20321 → 6	40222 → 1
00012 → 2	10027 → 7	12426 → 7	20322 → 6	40232 → 6
00013 → 2	10051 → 1	12527 → 5	20342 → 2	40252 → 0
00021 → 2	10101 → 1	20001 → 2	20422 → 2	40322 → 1
00022 → 0	10111 → 1	20002 → 2	20512 → 2	50002 → 2
00023 → 0	10124 → 4	20004 → 2	20521 → 2	50021 → 5
00026 → 2	10127 → 7	20007 → 1	20522 → 2	50022 → 5
00027 → 2	10202 → 6	20012 → 2	20552 → 1	50023 → 2
00032 → 0	10212 → 1	20015 → 2	20572 → 5	50027 → 2
00052 → 5	10221 → 1	20021 → 2	20622 → 2	50052 → 0
00062 → 2	10224 → 4	20022 → 2	20672 → 2	50202 → 2
00072 → 2	10226 → 3	20023 → 2	20712 → 2	50212 → 2
00102 → 2	10227 → 7	20024 → 2	20722 → 2	50215 → 2
00112 → 0	10232 → 7	20025 → 0	20742 → 2	50222 → 0
00202 → 0	10242 → 4	20026 → 2	20772 → 2	50224 → 4
00203 → 0	10262 → 6	20027 → 2	21122 → 2	50272 → 2
00205 → 0	10264 → 4	20032 → 6	21126 → 1	51212 → 2
00212 → 5	10267 → 7	20043 → 3	21222 → 2	51222 → 0
00222 → 0	10222 → 0	20051 → 7	21224 → 2	51242 → 2
00232 → 2	10272 → 7	20052 → 2	21226 → 2	51272 → 2
00522 → 2	10542 → 7	20057 → 5	21227 → 2	60001 → 1
01242 → 1	11112 → 1	20072 → 2	21422 → 2	60002 → 1
01242 → 1	11122 → 1	20102 → 2	21522 → 2	60212 → 0
01252 → 5	11214 → 4	20112 → 2	21622 → 2	61212 → 5
01262 → 1	11125 → 1	20122 → 2	21722 → 2	61213 → 1
01272 → 1	11126 → 1	20142 → 2	22227 → 2	61222 → 5
01275 → 1	11127 → 7	20172 → 2	22244 → 2	70007 → 7
01422 → 1	11152 → 2	20202 → 2	22246 → 2	70112 → 0
01432 → 1	11212 → 1	20203 → 2	22276 → 2	70122 → 0
01442 → 1	11222 → 1	20205 → 2	22277 → 2	70125 → 0
01472 → 1	11224 → 4	20207 → 3	30001 → 3	70212 → 0
01625 → 1	11225 → 1	20212 → 2	30002 → 2	70222 → 1
01722 → 1	11227 → 7	20215 → 2	30004 → 1	70225 → 1
01725 → 5	11232 → 1	20221 → 2	30007 → 6	70232 → 1
01752 → 1	11242 → 4	20222 → 2	30012 → 3	70252 → 5
01762 → 1	11262 → 1	20227 → 2	30042 → 1	70272 → 0
01772 → 1	11272 → 7	20232 → 1	30062 → 2	

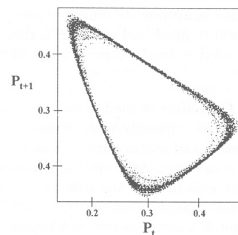
Table 11.1 Transition function table for Langton's self-reproducing loops (taken from table

1 in [lang86]). Neighborhoods are defined by $\begin{pmatrix} \sigma_T \\ \sigma_C \quad \sigma_R \\ \sigma_L \quad \sigma_B \end{pmatrix} \rightarrow \sigma'_C$.



Emergence

- „vynořující se chování“
- příklad: 4D mřížka, lokálně chování náhodné, graf znázorňuje počty aktivovaných buněk ve dvou po sobě jdoucích iteracích (→ struktura)
- tématem se budeme zabývat u ABM



Rozšíření CA

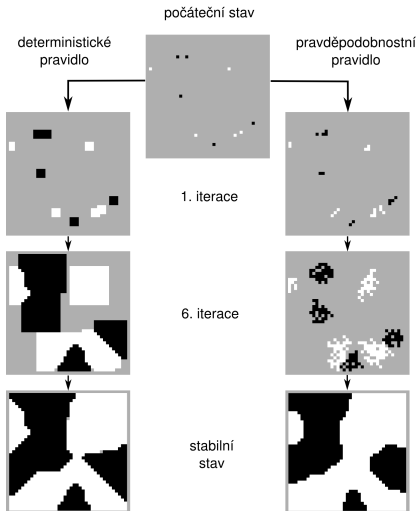
pravděpodobnostní pravidla nejsou deterministická, ale pravděpodobnostní

nehomogenní uvolnění požadavku na identitu buněk

strukturně dynamické mění se nejen hodnota buněk, ale i vlastní mřížka (tj. okolí jednotlivých buněk)

spojité např. hodnoty z intervalu $[0, 1]$

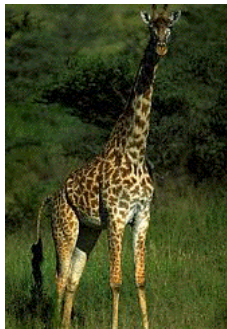
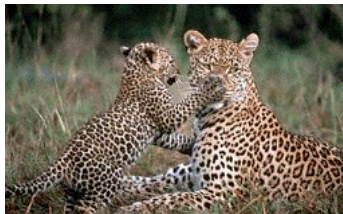
Deterministické vs pravděpodobnostní



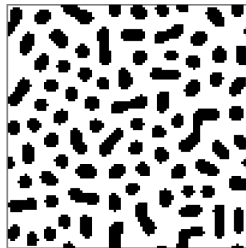
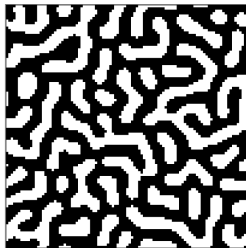
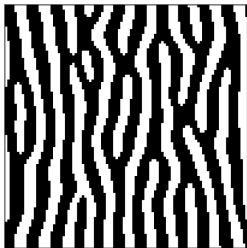
Základní oblasti aplikace CA

- modelování a simulace: dynamické systémy (např. proudění vody), formace vzorů, ...
- výpočetní mechanismus (hardwarová implementace)
- fundamentální modely fyziky (vesmír na principu CA)

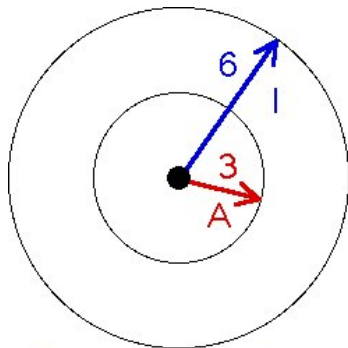
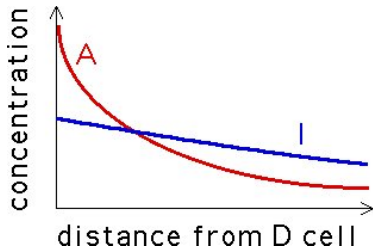
Vzory v přírodě



Model

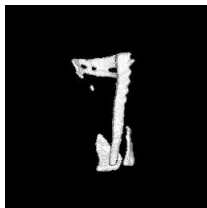
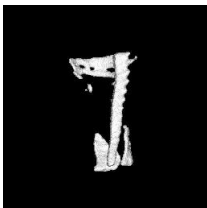
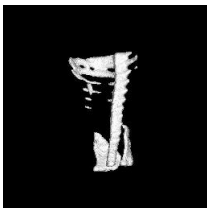
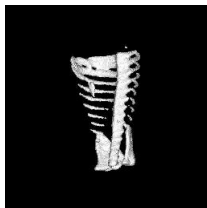
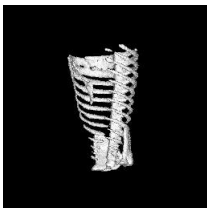
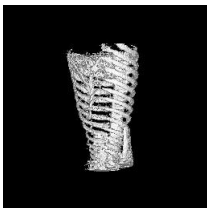


Model – princip

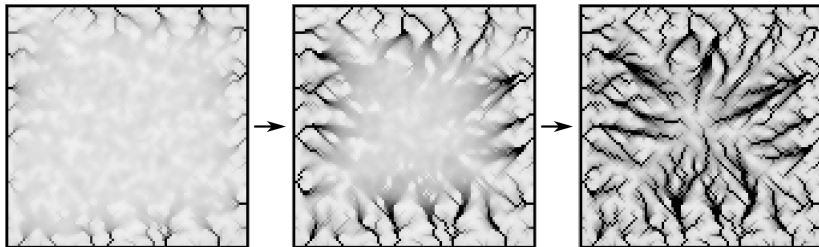


I concentration = w
A concentration = 1

Rozpad kostí



Eroze



Rozšíření: voda v krajině – ilustrace vlivu stromů na koloběh vody

Požár

- šíření požáru v lese
- ilustrace **fázového přechodu**
- rozšíření: požáry a hašení – ilustrace dopadu hašení na velikost požáru

Chemie

NetLogo demo – Chemistry

- Boiling
- Crystalization
- Belousov-Zhabotinsky reaction

http://www.youtube.com/watch?v=GEF_NtTNeMc&NR=1

- Waves

Sociální systémy

NetLogo demo: Social Science

- Voting – majority rule
- jednoduchý základní model, který se dále rozšiřuje (např. sociální sítě)
- spojitost Ising model, magnetismus

Souvislosti

ABM agent based modeling – viz příští přednáška
modelování biologických procesů růst, formace vzorů, ...

vyčíslitelnost nepředvídatelnost, univerzalita, ...

chaos sensitivita k počátečním podmínkám, bifurkace,
přechod od řádu k chaosu, ...

fyzika nový pohled na základní principy fyziky

Nový pohled na fyziku

- vesmír jako CA? (diskrétní čas i prostor)
- paralela s „objevováním“ dynamiky R110
 - při pohledu zvenčí můžeme vidět spoustu zajímavých jevů: pohybující se „částice“ a jejich kolize, ...
 - přitom základní mechanismus je triviální
- viz též <http://xkcd.com/505/>

Shrnutí

- jednoduchá pravidla, lokální interakce
- studujeme systémy „od spodu“

Jednoduchá pravidla mohou vést ke složitému chování.