

IV124 Komplexní sítě

Eva Výtvarová, Jan Fousek, Eva Hladká

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita

24. dubna 2017

Modely nákazy: epidemie

Minule: komplexní šíření

- rozšíření „přehlasováním“
- sociologické aplikace

Dnes: jednoduché šíření

- stochastický model
- aplikace v biologických a technických sítích

Poznámka ke stochastickým modelům

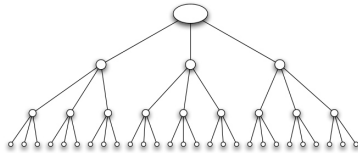
Jednoduché deterministické modely lze komplikovat (přidávat pravidla)

- rozšiřuje se repertoár možných chování
- stále náročnější analýza
- v jistý moment je jednodušší velké množství reálných dějů shrnout do jedné náhodné veličiny

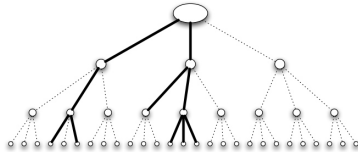
Větvící se procesy

Nejprostší model:

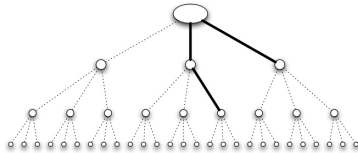
- do populace p přichází pacient 0 a potká k osob
- pravděpodobnost přenosu při setkání je p
- v každé další vlně zůstává k i p stejné
- výsledkem je strom kontaktů mezi potenciálně nakaženými a podstrom skutečné nákazy



(a) *The contact network for a branching process*



(b) *With high contagion probability, the infection spreads widely*



(c) *With low contagion probability, the infection is likely to die out quickly*

1

Větvící se procesy

Možné výsledky:

- nákaza se po chvíli zastaví (zanikne)
- rozsáhlá epidemie

Reprodukční číslo R_0 :

- očekávaný počet nově nakažených jedním jedincem
- popisuje životaschopnost a agresivitu nákazy
- zde $R_0 = pk$

Větvící se procesy

Vývoj v závislosti na R_0 :

- $R_0 \ll 1$: rychlý konec šíření
- $R_0 \gg 1$: agresivní epidemie
- $R_0 \approx 1$: rozsah nákazy se může výrazně lišit mezi běhy; i malé změny v mechanismu šíření rozhodují o vypuknutí epidemie

Doposud jsme ignorovali:

- konečnost populace
- topologii kontaktní sítě

SIR model

Tři sousledné stavy uzlu:

1. **Susceptible**: náchylný k nákaze od sousedů
2. **Infectious**: nemocný uzel šířící nákazu po t_i kroků
3. **Removed**: imunní/mrtvý uzel

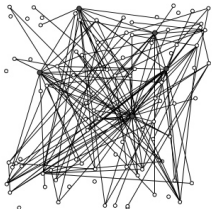
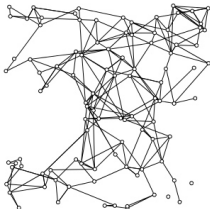
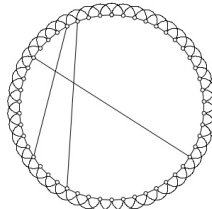
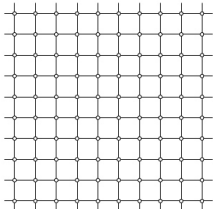
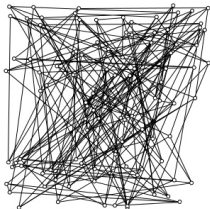
V každém kroku uzly ve stavu I rozšíří nemoc do všech svých sousedů s pravěpodobností p .

Klasické epidemiologické modely

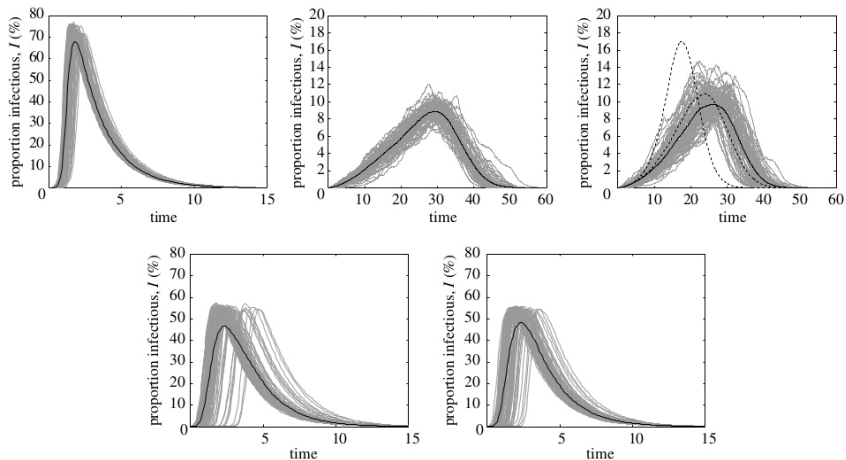
Předpokládají možnost kontaktu s libovolným členem populace, formulovány pomocí diferenciálních rovnic:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\frac{\beta SI}{N} \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta SI}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

SIR vs. síť²



SIR vs. síť³



SIR model: rozšíření

Dynamika je jednoduchá (větvicí se proces na síti)

Možná rozšíření:

- ohodnocený graf – nehomogenní pravděpodobnost rozšíření p
- nehomogenní I_t
- rozdělení I na více podrobných – infekční inkubace, méně infekční období se symptomy,

...

SIS model

Umožníme opětovnou nákazu

1. **Susceptible**: náchylný k nákaze od sousedů
2. **Infectious**: nemocný uzel šířící nákazu po t_i kroků
3. **Susceptible**

Narozdíl od SIR modelu umožňuje velmi dlouhé běhy na konečné síti.

SIRS model

Ve výskytu reálných chorob pozorujeme výrazné oscilace, ty ani v SIS nedostaneme.

Přidáme časově omezenou imunitu

1. **Susceptible**: náchylný k nákaze od sousedů
2. **Infectious**: nemocný uzel šířící nákazu po t_I kroků
3. **Recovery**: uzdravený a uzel imunní po t_R kroků
4. **Susceptible**

Globální vs. lokální oscilace

SIRS vykazuje na obecné síti oscilace na lokální úrovni.

Oscilace na globální úrovni

- vyžadují homofilní (lokální) vazby a daleko dosahující zkratky
- odpovídá charakteristice malých světů
- konkrétní dynamika je úzce svázaná s topologií sítě

SIRS a malé světy

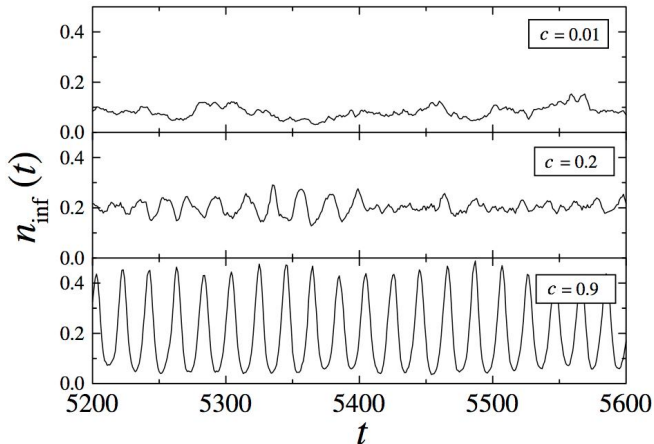
Model sítě Watts-Strogatz (připomenutí):

- kruh s lokálními vazbami; s pravděpodobností c přepojeny hrany do náhodného cíle

SIRS dynamika

- globální oscilace (synchronizace) závisí na počtu „zkratk“ – slabých vazeb
- malé c – lokální infekce, velké c – globální oscilace

SIRS a malé světy



4

Dema

...