

**MB104, další dva příklady k domácímu rozjímání  
jarní semestr 2017**

---

**Příklad 1.** Petr má 11 závaží nerozlišitelných na pohled. Ví, že jejich hmotnosti jsou 1, 2, ..., 11 kg. Také má tašku, která se protrhne, je-li v ní více než 11 kg. Pavel zná hmotnosti všech závaží a chce dokázat Petrovi, které že je závaží vážící 1 kg. Jedním tahem může do tašky umístit váhu nepřevyšující 11 kg (nesmí ji však protrhnut). Určete nejmenší počet tahů, které k tomu Pavel potřebuje.

**Řešení.** Dva tahy: 1, 2, 3, 5 a 1, 4, 6. Jediná možnost, kdy dám do tašky jedno závaží se třemi jinými a taška se neprotrhne a potom to stejné závaží se dvěma jinými a taška se opět neprotrhne. □

---

**Příklad 2.** Uvažme devět devíticiferných čísel, z nichž každé je sestaveno ze všech číslic z {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Součet těchto čísel končí na  $k$  nul. Určete největší možné  $k$ .

**Řešení.** Odpověď:  $k = 8$ . Každé ze sestavených čísel je dělitelné devíti (ciferný součet je 45), tedy i jejich součet je dělitelný devíti. Nejmenší číslo dělitelné devíti a končící devíti nulami je 9000000000, má-li být součet devíti nějakých čísel alespoň  $9 \cdot 10^9$ , musí být alespoň jedno z nich aspoň  $10^9$ . Všechna sestavovaná čísla jsou však menší než  $10^9$ . Je tedy  $k < 9$ . Pro součet končící na osm nul stačí vzít osm čísel 987654321 a číslo 198765432. Součet je pak  $81 \cdot 10^8$ . □