

$$2^{50} + 3^{50} + 4^{50} \equiv n \pmod{17}$$

$$2^{16} \equiv 1 \quad 3^{16} \equiv 1 \quad 4^{16} \equiv 1$$

$$50 \equiv 2 \pmod{16}$$

$$n \equiv 2^2 + 3^2 + 4^2 \equiv 12 \pmod{17}$$

$$2^{181} + 3^{181} + 5^{181} \equiv m \pmod{37}$$

$$1 \equiv 2^{36} \equiv 3^{36} \equiv 5^{36} \pmod{37}$$

$$181 \equiv 1 \pmod{36}$$

$$\Rightarrow m \equiv 2 + 3 + 5 = 10 \pmod{37}$$

36-17:17

\mathbb{Z}_5 : otázka: nejmenší mocnina

$$1^1 = 1 \quad 2^4 = 1$$

$$2^2 \equiv -1 \pmod{5} \quad \text{je řád 2 mod 5}$$

$$2^4 \equiv 1 \pmod{5} \leftarrow \text{první} \Rightarrow \text{řád } 2 \text{ je } 4$$

$$3^2 \equiv -1 \pmod{5}$$

$$3^4 \equiv 1 \Rightarrow \text{řád } 3 \text{ je } 4$$

$$4^2 \equiv 1 \Rightarrow \text{řád } 4 \text{ je } 2$$

2, 4, 3, 1 je primitivní kořeny

řád n vždy dělí $\varphi(n)$

36-17:24

10.28 (ii) $15^{1413} \equiv m \pmod{11}$

$$\varphi(11) = 10 \quad 15^{10} \pmod{10} ?$$

řád n dělí 15 je $\{1, 5, 10\}$

$$15 \equiv 4 = 2^2 \pmod{11}$$

řád 2: $2, 4, 8, 5, -1 \Rightarrow$ řád 2 = 10

\Rightarrow řád 4 je 5

$$\Rightarrow m \equiv 4^4 = 2^8 = 256$$

$$\equiv 2 + 6 - 5 = 3 \pmod{11}$$

$$\equiv 4^{-1} \equiv 3$$

$$15^{13} \equiv ? \pmod{5}$$

$$(-1)^{13} \equiv -1 \pmod{5}$$

$$\equiv 4$$

36-17:31