

### Zadání cvičení pro 1. týden: 19.-23.2.

Cílem cvičení je zvládat jednoduché příklady na dělitelnost, Euklidův algoritmus na hledání největšího společného dělitele a jeho použití na Bezautovu rovnost.

V úvodu si připomeňte základní pravidla pro dělitelnost (viz před příkladem 10.1)

**Příklad 1.** (viz příklad 10.2) *Dokažte, že pro všechna celá čísla  $a$  platí:*

1.  $a^2$  má zbytek 0 nebo 1 po dělení 4;
2.  $a^2$  má zbytek 0, 1 nebo 4 po dělení 8;
3.  $a^4$  má zbytek 0 nebo 1 po dělení 16.

**Poznámka.** Stačí využívat nejjednodušší popis sudých a lichých čísel.

Připomeňte si koncept největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku (dvojice nebo více přirozených čísel).

**Příklad 2.** *Najděte největšího společného dělitele*

- (a) (227, 133),
- (b) (3441, 2665).

**Poznámka.** Použijte Euklidův algoritmus, vyjde v obou případech 1.

**Příklad 3.** (viz příklad 10.4) *Nalezněte celá čísla  $x, y$  tak, aby  $883x + 487y = d$ , kde  $d$  je největší společný dělitel koeficientů.*

**Poznámka.** Použijte Euklidův algoritmus a Bezautovu rovnost. Spočtete příklad pro několik různých zadání (potřebná dvě čísla lze volit vcelku nahodile).

**Příklad 4.** *Najděte všechna přirozená  $n$  taková, že  $n - 1$  dělí  $n^3 + 1$ .*

**Poznámka.** Možná strategie spočívá v takových příkladech v hledání co nejbližších čísel k  $n^3 + 1$ , které je  $n - 1$  jistě dělitelné. Pak bude muset být dělitelný i rozdíl.

Když zbude čas, přidejte obdobné příklady.