Zadání cvičení pro 3. týden: 5.3.-9.3.

Ve třetím týdnu se budeme věnovat zejména Eulerově větu a její speciálnímu případu – malé Fermatově větě. Když bude čas, pracujte i s primitivními prvky a úplnými i redukovanými soustavami zbytků.

Příklad. *Vypočtěte* $\varphi(1000), \varphi(1001)$ *(případně další, zejména malá čísla, kde to jde i bez teorie).*

Příklad. *(10.21.iii)*
Nalezněte všechna přirozená čísla m*, pro něž je* $\varphi(m) = 20$.

Poznámka. Opřete se o $\varphi(m) = (p-1)p^{k_1} \cdots$ a pravidla dělitelnosti.

Příklad. *(10.21.iv)*
Nalezněte všechna přirozená čísla m*, pro něž je* $\varphi(m) = \frac{m}{3}$.

Poznámka. Vyjděte z toho, že je jistě m dělitelné třemi a φ je multiplikativní pro nesoudělné argumenty.

Příklad. *(10.24)*
Určete poslední dvojčíslí čísla 7^{2018}.

Poznámka. Příklad na Eulerovu větu a řády čísel.

Příklad. *(10.26)*
Určete zbytek po dělení čísla $2^{50} + 3^{50} + 4^{50}$ *číslem* 17.

Poznámka. Opět na Eulerovu větu a řády čísel.

Příklad. *(10.31)*
Rozhodněte, pro která přirozená čísla n *je číslo* $5^n - 4^n - 3^n$ *dělitelné jedenácti.*

Poznámka. Zkoumejte řády čísel 5, 4, 3 a z toho vyplývající zbytky mod 11 pro mocniny mod 5.

Příklad. *Najděte nejmenší (a případně i největší) primitivní kořen modulo 19.*

Poznámka. Nejmenší je to dvojka, je třeba ověřit šestou a devátou mocninu ...