$3k + 5l = 4$

l jakékoliv (parametr)

$3k = 4 - 5l$

$k = \frac{1}{3}(4 - 5l)$

zajímavější: $k, l \in \mathbb{Z}$

— je řešení, právě když $4 - 5l$ je dělitelné 3

$\Leftrightarrow$ $5l$ dává zbytek 1 po dělení 3

- $l = 3t$ $\quad 5l = 15t$ zb 0
- $l = 3t + 1$ $\quad 5l = 15t + 5$ zb 2
- $\underline{l = 3t + 2}$ $\quad 5l = 15t + 10$ zb $\boxed{1}$

$k = \frac{1}{3}(4 - 5l) = \frac{1}{3}(4 - 15t - 10)$

$\underline{k = -2 - 5t}$

$(k, l) = (-2 - 5t, 2 + 3t)$

$t = 0$: $(-2, 2)$ $\quad t = -1$: $(3, -1)$

$3 \mid 6$ protože $6 = 2 \cdot 3$

$3 \mid 6$ a $6 \mid 18 \Rightarrow 3 \mid 18$

$3 \mid n^2 + 1$

$n = 3t \quad n^2+1 = \underbrace{9t^2}_{\text{není děl. třemi}} + \overset{\text{zb}}{1}$

$n = 3t+1 \quad n^2+1 = \underbrace{9t^2+6t}_{} + \underset{\text{zb}}{2}$

$n = 3t+2 \quad n^2+1 = \underbrace{9t^2+12t}_{} + 5$

zb 2

$\Rightarrow$ nelze

$$\left.\begin{array}{l} n+1 \mid n^2+1 \\ \text{víme } n+1 \mid n^2-1 \end{array}\right] \Longrightarrow$$

protože $n^2-1 = (n-1)(n+1)$

$$\Longrightarrow n+1 \mid (n^2+1)-(n^2-1)$$

$$n+1 \mid 2$$

n přirozené $\Rightarrow n+1=2$, tj. $n=1$

$$a = q \cdot m + r$$

$$\frac{a}{m} = q + \underbrace{\frac{r}{m}}_{\in [0,1)}$$

---

a, b dávají zbytek 1

$$a = q \cdot m + \boxed{\underset{r}{1}}$$

$$b = p \cdot m + \boxed{\underset{s}{1}}$$

$$a \cdot b = (pm + 1)(qm + 1)$$

$$= pqm^2 + pm + qm + 1$$

$$= (pqm + p + q)m + \underbrace{1}_{\text{zbytek}}$$

$$a \cdot b = (pqm + ps + qr)m + r \cdot s$$

nejv. spol. děl.

12	64
1	1
2	2
3	4
4	8
6	16
12	32
	64

$$(12,64) = \gcd(12,64) = 4$$

$64 = 5 \cdot 12 + \underline{\underline{4}}$

$12 = 3 \cdot \underline{\underline{4}} + 0$

└ gcd

$$(10175, 2277) = ?$$

$$10175 = 4 \cdot 2277 + 1067 \quad (4)$$

$$2277 = 2 \cdot 1067 + 143 \quad (3)$$

$$1067 = 7 \cdot 143 + 66 \quad (2)$$

$$143 = 2 \cdot 66 + \underline{11} \quad (1)$$

$$66 = 6 \cdot \underline{11} + 0$$

$$\boxed{\gcd = 11}$$

$$11 \overset{(1)}{=} 1 \cdot 143 - 2 \cdot 66$$

$$\overset{(2)}{=} 1 \cdot 143 - 2 \cdot (1067 - 7 \cdot 143)$$

$$= -2 \cdot 1067 + 15 \cdot 143$$

$$\overset{(3)}{=} -2 \cdot 1067 + 15 \cdot (2277 - 2 \cdot 1067)$$

$$= 15 \cdot 2277 - 32 \cdot 1067$$

$$\overset{(4)}{=} 15 \cdot 2277 - 32 \cdot (10175 - 4 \cdot 2277)$$

$$= -32 \cdot 10175 + 143 \cdot 2277$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$64 = 2^6$$

$$\hookrightarrow \quad (12, 64) = 2^2 \cdot 3^0$$

$$[12, 64] = 2^6 \cdot 3^1$$

$$1 = 2 \cdot \underline{5} - 3 \cdot \underline{3}$$