Jméno: **UČO:**

0007 *list* 1 *učo* *body*

Oblast strojově snímaných informací. Své učo a číslo listu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. [0,5 bodu] Nechť L je libovolný jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c, d\}$.
Mějme operaci *doubleAfterD*() takovou, že jazyk $R = \mathit{doubleAfterD}(L)$ obsahuje pro každé slovo $w \in L$ modifikované slovo w' vzniklé tak, že po prvním výskytu znaku d ve slově w se každý další znak nahradí dvěma výskyty původního znaku. Pokud se ve slově w žádné d nenachází, pak $w' = w$.

Formálně definujeme operaci následovně (použijeme pomocné operace *wdouble*() a *wDoubleAfterD*() operující nad slovy):

$$\begin{aligned} \mathit{wdouble}(\varepsilon) &= \varepsilon \\ \mathit{wdouble}(xw) &= xx \cdot \mathit{wdouble}(w) && \text{pro } x \in \Sigma, w \in \Sigma^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathit{wDoubleAfterD}(w) &= w && \text{pro } w \in \{a, b, c\}^* \\ \mathit{wDoubleAfterD}(vdw) &= vd \cdot \mathit{wdouble}(w) && \text{pro } v \in \{a, b, c\}^*, w \in \Sigma^* \end{aligned}$$

$$\mathit{doubleAfterD}(L) = \{\mathit{wDoubleAfterD}(w) \mid w \in L\}$$

Například tedy:

$$\begin{aligned} \mathit{doubleAfterD}(\{a, b, c\}) &= \{a, b, c\} \\ \mathit{doubleAfterD}(\{ada, bacdbac, adcc\}) &= \{adaa, bacdbbaacc, adcccc\} \\ \mathit{doubleAfterD}(\{d, da, dab\}) &= \{d, daa, daabb\} \\ \mathit{doubleAfterD}(\{dd, ddd\}) &= \{ddd, ddddd\} \\ \mathit{doubleAfterD}(\{\varepsilon\}) &= \{\varepsilon\} \\ \mathit{doubleAfterD}(\emptyset) &= \emptyset \\ \mathit{doubleAfterD}(\Sigma^*) &= \{a, b, c\}^* \cup \{a, b, c\}^* \cdot \{d\} \cdot \{aa, bb, cc, dd\}^* \end{aligned}$$

Vaším úkolem je rozhodnout, zda pro každý regulární jazyk L je jazyk $\mathit{doubleAfterD}(L)$ taktéž regulární. Tedy zda je třída regulárních jazyků uzavřená na operaci *doubleAfterD*(). Uveďte vaše rozhodnutí a odpověď dokažte, a to tak, že:

- Pokud rozhodnete, že třída regulárních jazyků není uzavřená na operaci *doubleAfterD*(), najděte regulární jazyk L takový, že jazyk $\mathit{doubleAfterD}(L)$ regulární není. Neregularitu jazyka $\mathit{doubleAfterD}(L)$ dokažte buď odvoláním se na známé neregulární jazyky, nebo pomocí obměny lemmatu o vkládání (Pumping lemma), nebo použitím Myhillovy-Nerodovy věty.
- Pokud rozhodnete, že je, dokažte tvrzení například s pomocí známých uzávěrových vlastností třídy regulárních jazyků prezentovaných na přednášce, nebo konstruktivně popsáním algoritmu na transformaci nějakého formalizmu pro popis regulárních jazyků (například transformací automatu pro jazyk L na automat pro jazyk $\mathit{doubleAfterD}(L)$). Správnost vašeho algoritmu nemusíte dokazovat.