Domácí úloha z MB141, týden 08

Příklad. 1. V $\mathcal{E}_3$ spočítejte vzdálenost bodu $A = [0, 1, 1]$ od roviny

$$\rho : \; [0, -1, 0] + a(1, 1, 2) + b(1, 1, 1).$$

Současně najděte bod $C \in \rho$ takový, že $\operatorname{dist}(A, C) = \operatorname{dist}(A, \rho)$.

Příklad. 2. V $\mathcal{E}_3$ spočítejte vzdálenost přímek

$$p : \; [-3, 3, -3] + a(2, -2, -3) \quad \text{a} \quad q : \; [1, -2, 4] + b(2, 2, -1).$$

Dále najděte body $K \in p$ a $L \in q$, v nichž se vzdálenost přímek realizuje, tj. platí $\operatorname{dist}(K, L) = \operatorname{dist}(p, q)$.

Příklad. 3. V $\mathcal{E}_4$ určete vzdálenost přímky p od roviny ρ

$$p : \; [2, 2, 1, 2] + r(1, 3, 5, 1), \quad \rho : \; [4, -5, 4, -2] + s(1, 3, 0, 0) + t(1, 6, -2, -1)$$

a body $M \in p$ a $N \in \rho$, v nichž se tato vzdálenost realizuje, tj. $\operatorname{dist}(M, N) = \operatorname{dist}(p, \rho)$.

Příklad. 4. V $\mathcal{E}_3$ určete cosinus odchylky roviny ρ od přímky p:

$$\rho : \; [0, 1, 2] + a(2, 1, 2) + b(1, 0, 3), \quad p : \; [1, 1, -7] + c(9, -6, -1).$$

Příklad. 5. V $\mathcal{E}_3$ určete odchylku rovin ρ a σ:

$$\rho : \; 2x_1 - x_2 + x_3 = 10, \quad \sigma : \; x_1 + x_2 + 2x_3 = 7.$$

Příklad. 6. Uvažujme body $A = [1, 2, 3]$, $B = [4, 7, 8]$, $C = [-1, -2, 3]$, $D = [3, 0, 1]$ a $E = [3, 2, 1]$. Leží některý z těchto bodů uvnitř čtyřstěnu tvořeného určeného zbylými vrcholy? Jaké těleso je konvexním obalem těchto pěti bodů? Určete jeho objem.

Poznámka: Konvexní množina v prostoru je taková množina, která s každými dvěma různými body obsahuje i úsečku, kterou tyto body určují. Konvexní obal množiny bodů je nejmenší konvexní množina, která tuto množinu obsahuje. Konvexním obalem konečné množiny bodů v prostoru je vždy konvexní mnohostěn. V případě 5 bodů, z nich žádné 4 neleží v jedné rovině, je konvexním obalem buď čtyřstěn nebo šestistěn s pěti vrcholy (stěny jsou trojúhelníky.)

Příklad. 7. V souřadnicích standardní souřadné soustavy v $\mathcal{E}_3$ napište předpis zobrazení, které je symetrií podle přímky $p : \; [1, 2, 3] + t(2, -1, 3)$.