

## 10. cvičení z MB141, jaro 2020

**Příklad 1.** Dokažte, že pro libovolná celá čísla  $a$  platí:

- (1)  $a^2$  má po dělení 4 zbytek 0 nebo 1.
- (2)  $a^2$  má po dělení 8 zbytek 0, 1 nebo 4.
- (3)  $a^4$  má po dělení 16 zbytek 0 nebo 1.

**Příklad 2.** Jaké jsou poslední dvě cifry čísel:  $4^{81}$ ,  $7^{14}$ ,  $3^{59}$ ?

**Příklad 3.** Najděte největšího společného dělitele čísel

- (a) 227, 133,
- (b) 3441, 2665.

**Příklad 4.** Nalezněte celá čísla  $x$  a  $y$  tak, aby  $883x + 487y = d$  byl největší společný dělitel čísel 883 a 487. Spočítejte  $x$  a  $y$  i pro dvojice čísel z předchozího příkladu.

**Příklad 5.** Najděte všechna přirozená  $n$  taková, že  $n - 1 \mid n^3 + 1$ .

**Příklad 6.** Dokažte, že pro přirozená čísla  $a$ ,  $k$  a  $n$  platí: jestliže  $k \mid n$ , pak pomocí toho dokažte: Je-li  $2^n - 1$  prvočíslo, pak  $n$  musí být také prvočíslo.  $a^k - 1 \mid a^n - 1$ .

**Příklad 7.** Dokažte, že  $25 \mid 4^{2n+1} - 10n - 4$ .