

2. cvičení z MB141, jaro 2020

Bylo by dobré udělat aspoň příklady 1, 2, 3, 5 a 6, příklad 4 může být za domácí úlohu. Dále udělejte aspoň příklad 3 z prvního cvičení, případně příklady 4 a 5 z prvního cvičení.

Příklad 1. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 &= -2 \\2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 &= 1 \\x_1 + x_3 - x_4 + 2x_5 &= 0 \\x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 0\end{aligned}$$

Řešení. Nemá řešení.

http://www.math.muni.cz/xfrancirekp/vyuka/seste_cviceni/sedme_cviceni.pdf □

Příklad 2. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 0 \\2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 2x_5 &= 0 \\2x_1 + x_3 - x_4 + 2x_5 &= -1 \\x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 &= 1\end{aligned}$$

Řešení. $[-1, 0, 1, 0, 0] + s(0, 0, 1, 1, 0) + t(-1, 0, 0, 0, 1)$

http://www.math.muni.cz/xfrancirekp/vyuka/seste_cviceni/sedme_cviceni.pdf □

Příklad 3. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\2x_1 - x_2 - 3x_4 &= 2 \\3x_1 - x_3 + x_4 &= -3 \\2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 &= -6\end{aligned}$$

Řešení. Jediné řešení. □

Příklad 4. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + 17x_3 - 29x_4 - 36x_5 &= 22 \\2x_1 - 3x_2 + 18x_3 - 27x_4 + 33x_5 &= 21 \\12x_1 - 18x_3 + 102x_3 - 174x_4 - 216x_5 &= 132 \\2x_1 - 3x_2 + 21x_3 - 24x_4 - 30x_5 &= 20 \\2x_1 - 3x_2 + 24x_3 - 21x_4 - 27x_5 &= 19\end{aligned}$$

Příklad 5. Zjistěte, zda jde matice násobit, a pokud ano, vynásobte je.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ -2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -5 \\ 9 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -5 \\ 9 & 11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ -2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$$(2 \ 8 \ 3 \ 21 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 9 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 9 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (2 \ 8 \ 3 \ 21 \ 5)$$

Příklad. 6. Vynásobte následující dvě matice a výsledek vyčíslete s použitím součtových vzorců pro goniometrické funkce

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r \cos \beta \\ r \sin \beta \end{pmatrix}.$$

Na základě toho ukažte, že zobrazení

$$F \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cdot x - \sin \alpha \cdot y \\ \sin \alpha \cdot x + \cos \alpha \cdot y \end{pmatrix}$$

je otočení kolem počátku v rovině o úhel α .

Nyní můžete pomocí předchozí úlohy vyřešit úlohu 3 z prvního cvičení.