

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [0,5 bodu] Necht' L je libovolný jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Mějme operaci $prefixCensor()$ takovou, že jazyk $R = prefixCensor(L)$ obsahuje pro každé slovo $w \in L$ všechna slova W , vzniklá tak, že „cenzurujeme“ nějaký prefix slova w (tedy znaky slova postupně od začátku nahrazujeme znaky #). Například pro $w = abb$, pak $W = \{abb, \#bb, \#\#b, \#\#\# \}$. Tedy W je množina všech možných cenzurovaných verzí slova w .

Formálně definujeme operaci $prefixCensor()$ následovně (v definici používáme pomocnou operaci $wPrefixCensor()$, která vezme slovo a vrátí množinu slov, tato operace je definovaná rekurzivně):

$$wPrefixCensor(w) = \begin{cases} \{\varepsilon\} & \text{pro } w = \varepsilon \\ (\{\#\} \cdot wPrefixCensor(u)) \cup \{xu\} & \text{pro } w = xu, x \in \Sigma, u \in \Sigma^* \end{cases}$$

$$prefixCensor(L) = \bigcup_{w \in L} wPrefixCensor(w)$$

Například tedy:

$$\begin{aligned} prefixCensor(\{\varepsilon\}) &= \{\varepsilon\} \\ prefixCensor(\emptyset) &= \emptyset \\ prefixCensor(\Sigma^*) &= \{\#\}^* \cdot \Sigma^* \\ prefixCensor(\{aabb\}) &= \{aabb, \#abb, \#\#bb, \#\#\#b, \#\#\#\# \} \\ prefixCensor(\{a, b, c\}) &= \{a, b, c, \#\} \\ prefixCensor(\{aa, bb, cb\}) &= \{aa, bb, cb, \#a, \#b, \#\# \} \\ prefixCensor(\{a\}^*) &= \{\#\}^* \cdot \{a\}^* \\ prefixCensor(\{baba, bac\}) &= \{baba, \#aba, \#\#ba, \#\#\#a, \#\#\#\#, bac, \#ac, \#\#c, \#\#\#\} \\ prefixCensor(\{abc\}^*) &= (\{\#\#\#\}^* \cdot \{abc\}^*) \cup (\{\#\#\#\}^* \cdot \{\#\#c\} \cdot \{abc\}^*) \\ &\quad \cup (\{\#\#\#\}^* \cdot \{\#bc\} \cdot \{abc\}^*) \end{aligned}$$

Vášim úkolem je rozhodnout, zda pro každý regulární jazyk L platí, že jazyk $prefixCensor(L)$ je taktéž regulární. Tedy zda je třída regulárních jazyků uzavřená na operaci $prefixCensor()$. Uveďte vaše rozhodnutí a odpověď dokažte, a to tak, že:

- Pokud rozhodnete, že třída regulárních jazyků není uzavřená na operaci $prefixCensor()$, najděte regulární jazyk L takový, že jazyk $prefixCensor(L)$ regulární není. Neregularitu jazyka $prefixCensor(L)$ dokažte buď odvoláním se na známé neregulární jazyky, nebo pomocí obměny lemmatu o vkládání (Pumping lemma), nebo použitím Myhillovy-Nerodovy věty.
- Pokud rozhodnete, že je, dokažte tvrzení například s pomocí známých uzávěrových vlastností třídy regulárních jazyků prezentovaných na přednášce, nebo konstruktivně popsáním algoritmu na transformaci nějakého formalizmu pro popis regulárních jazyků (například transformací automatu pro jazyk L na automat pro jazyk $prefixCensor(L)$). Správnost vašeho algoritmu nemusíte dokazovat.

Poznámka: Pokud píšete řešení v $TeXu$, před odevzdáním prosím odmažte zadání.