Monády

IB016 Seminář z funkcionálního programování

Vypráví Adam Matoušek

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita

Jaro 2021

Připomenutí: Maybe, Either, druhy

`Maybe a`: datový typ rozšířený o jednu hodnotu

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
- často: `Nothing` je selhání

Připomenutí: Maybe, Either, druhy

`Maybe a`: datový typ rozšířený o jednu hodnotu

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
- často: `Nothing` je selhání

`Either a b`: sjednocení dvou datových typů

- `data Either a b = Left a | Right b`
- často: specifikace chyby, nebo korektní výsledek

Připomenutí: Maybe, Either, druhy

`Maybe a`: datový typ rozšířený o jednu hodnotu

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
- často: `Nothing` je selhání

`Either a b`: sjednocení dvou datových typů

- `data Either a b = Left a | Right b`
- často: specifikace chyby, nebo korektní výsledek

Druhy: „typování typů“

- `Maybe Int :: *`
- `Maybe :: * -> *`
- `Either :: * -> * -> *`

Připomenutí: Functor

Motivace: Zobecňování funkce `map`

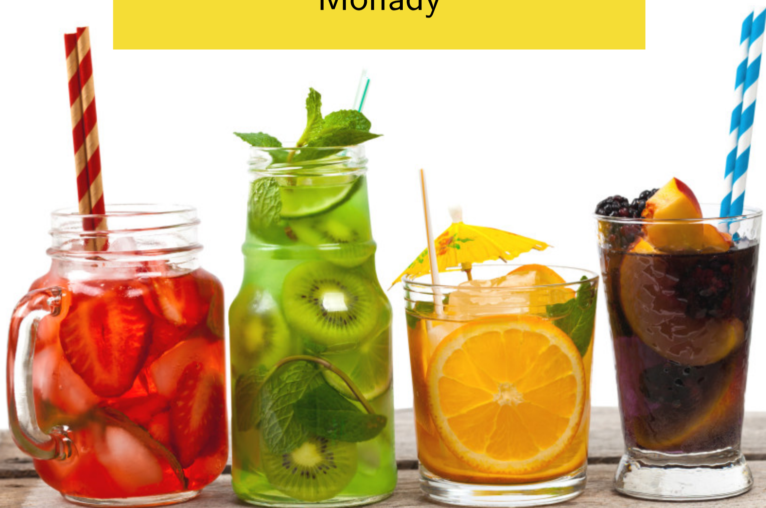
```
    map :: (a -> b) -> [a]       -> [b]
treeMap :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b
       ....
```

Typová třída `Functor`:

```
class Functor f where
    fmap :: (a -> b) -> f a -> f b
```

- pro typy, přes které se dá „mapovat“
- třída pro „unární typové funkce“, tedy věci druhu `* -> *`
- instance pro `[]`, `Tree`, `Maybe`, `IO`, `Either e`, `(->) r`, …

Monády



Monády

Co je to monáda?

- zastaralý výraz pro prvoka
- termín z teorie kategorií
- funktor, ke kterému přidáme ještě nějaké operace kromě `fmap`
- abstrakce výpočtů a jejich řetězení

Monády

Co je to monáda?

- zastaralý výraz pro prvoka
- termín z teorie kategorií
- funktor, ke kterému přidáme ještě nějaké operace kromě `fmap`
- abstrakce výpočtů a jejich řetězení

Navrhovaná strategie pochopení monád:

- dívat se na různé funktory „výpočtovým pohledem“
- zkoumat u každého **zvlášť**, co znamená „řetězit výpočet“
- abstrakce vyplyne časem sama

Výpočtový pohled na Maybe

Chceme umět sčítat (násobit, . . .) hodnoty zabalené v **Just**:

```
mayOp :: (a -> b -> c) -> Maybe a -> Maybe b -> Maybe c
mayOp op (Just x) (Just y) = Just (x `op` y)
mayOp _  _        _        = Nothing

mayPlus = mayOp (+)
Just 42 `mayPlus` Just 24 ⇝* Just 66
```

Výpočtový pohled na Maybe

Chceme umět sčítat (násobit, . . .) hodnoty zabalené v `Just`:

```
mayOp :: (a -> b -> c) -> Maybe a -> Maybe b -> Maybe c
mayOp op (Just x) (Just y) = Just (x `op` y)
mayOp _  _        _        = Nothing

mayPlus = mayOp (+)
Just 42 `mayPlus` Just 24 ⇝* Just 66
```

„Výpočtový pohled“:

- `Maybe` = možnost selhání výpočtu
- kombinujeme výpočet levého a výpočet pravého operandu
- výsledkem je výpočet součtu (součinu, . . .)
- selže-li výpočet operandu, selhání se propaguje

Motivace I – Maybe

Výpočet, který může selhat:

- například `readInt :: String -> Maybe Int`

Motivace I – Maybe

Výpočet, který může selhat:

- například `readInt :: String -> Maybe Int`

Skládání funkcí, které mohou selhat:

- skládání funkcí typu `Maybe a -> Maybe b` je jednoduché
- skládání funkcí typu `a -> Maybe b` už ne:

```
readAndDiv :: String -> String -> Maybe Int
readAndDiv s1 s2 =
case readInt s1 of
    Nothing -> Nothing
    Just n1 -> case readInt s2 of
        Nothing -> Nothing
        Just  0 -> Nothing
        Just n2 -> Just (n1 `div` n2)
```

Motivace I – Maybe

Zobecnění skládání

- kód pro skládání je nepřehledný
- jeho myšlenku lze ale zobecnit:
  - `Nothing` → přeskakujeme výpočet, vracíme `Nothing`
  - `Just x` → pokračujeme ve výpočtu s hodnotou `x`

Motivace I – Maybe

Zobecnění skládání

- kód pro skládání je nepřehledný
- jeho myšlenku lze ale zobecnit:
  - `Nothing` → přeskakujeme výpočet, vracíme `Nothing`
  - `Just x` → pokračujeme ve výpočtu s hodnotou `x`

```
bind :: Maybe a -> (a -> Maybe b) -> Maybe b
```

Motivace I – Maybe

Zobecnění skládání

- kód pro skládání je nepřehledný
- jeho myšlenku lze ale zobecnit:
  - `Nothing` → přeskakujeme výpočet, vracíme `Nothing`
  - `Just x` → pokračujeme ve výpočtu s hodnotou `x`

```
bind :: Maybe a -> (a -> Maybe b) -> Maybe b
bind Nothing _  = Nothing
```

Motivace I – Maybe

Zobecnění skládání

- kód pro skládání je nepřehledný
- jeho myšlenku lze ale zobecnit:
  - `Nothing` → přeskakujeme výpočet, vracíme `Nothing`
  - `Just x` → pokračujeme ve výpočtu s hodnotou `x`

```
bind :: Maybe a -> (a -> Maybe b) -> Maybe b
bind Nothing _  = Nothing
bind (Just x) f = f x
```

Motivace I – Maybe

Zobecnění skládání

- kód pro skládání je nepřehledný
- jeho myšlenku lze ale zobecnit:
  - `Nothing` → přeskakujeme výpočet, vracíme `Nothing`
  - `Just x` → pokračujeme ve výpočtu s hodnotou `x`

```
bind :: Maybe a -> (a -> Maybe b) -> Maybe b
bind Nothing _  = Nothing
bind (Just x) f = f x
```

Jednodušší řešení pro `readAndDiv`:

```
readAndDiv :: String -> String -> Maybe Int
readAndDiv s1 s2 =
    readInt s1 `bind` \n1 ->
    readInt s1 `bind` \n2 ->
    if n2 == 0 then Nothing
               else Just $ n1 `div` n2
```

Motivace I – Maybe

Místo `bind` bychom mohli definovat přímo skládání.

- ```
  compose :: (b -> Maybe c) -> (a -> Maybe b)
          -> (a -> Maybe c)
  ```
  ```

Motivace I – Maybe

Místo `bind` bychom mohli definovat přímo skládání.

- ```
  compose :: (b -> Maybe c) -> (a -> Maybe b)
          -> (a -> Maybe c)
  ```

Lze ale jednoduše definovat pomocí `bind`:

- `compose f g = flip bind f . g`
  ```

Motivace I – Maybe

Místo `bind` bychom mohli definovat přímo skládání.

- ```
  compose :: (b -> Maybe c) -> (a -> Maybe b)
          -> (a -> Maybe c)
  ```

Lze ale jednoduše definovat pomocí `bind`:

- `compose f g = flip bind f . g`

`bind` vs `compose`

- „zapojování“ funkcí pomocí `bind` může být přirozenější a přehlednější než skládání
- vyžaduje ale počáteční hodnotu typu `Maybe a`
- jak získat `Maybe a` z hodnoty typu `a`?
  ```

Motivace I – Maybe

Místo `bind` bychom mohli definovat přímo skládání.

```
compose :: (b -> Maybe c) -> (a -> Maybe b)
           -> (a -> Maybe c)
```

Lze ale jednoduše definovat pomocí `bind`:

```
compose f g = flip bind f . g
```

`bind` vs `compose`

- „zapojování“ funkcí pomocí `bind` může být přirozenější a přehlednější než skládání
- vyžaduje ale počáteční hodnotu typu `Maybe a`
- jak získat `Maybe a` z hodnoty typu `a`?

```
unit :: a -> Maybe a
unit = Just
```

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Chceme používat funkce, které mohou vracet seznam více hodnot stejného typu. Například:

- chceme všechny komplexní druhé/třetí odmocniny čísla
- máme různé varianty n-té otázky v odpovědníku
- získáváme obsah adresáře
- volíme směr v bludišti

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Chceme používat funkce, které mohou vracet seznam více hodnot stejného typu. Například:

- chceme všechny komplexní druhé/třetí odmocniny čísla
- máme různé varianty n-té otázky v odpovědníku
- získáváme obsah adresáře
- volíme směr v bludišti

S každým mezivýsledkem má smysl zkusit pokračovat. Řetězením takových funkcí tak můžeme například:

- zjistit všechny komplexní šesté odmocniny čísla
- generovat různé varianty celého odpovědníku
- rekurzivně získat všechny soubory v domovském adresáři
- backtrackingem najít východ z bludiště

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Příklad:

- máme k dispozici funkce

```
-- 2. odmocniny
root2 :: Complex Float -> [Complex Float]
-- 3. odmocniny
root3 :: Complex Float -> [Complex Float]
```

- chceme funkci `root6` vracející všechny 6. odmocniny

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Příklad:

- máme k dispozici funkce

```
-- 2. odmocniny
root2 :: Complex Float -> [Complex Float]
-- 3. odmocniny
root3 :: Complex Float -> [Complex Float]
```

- chceme funkci `root6` vracející všechny 6. odmocniny

```
root6 :: Complex Float -> [Complex Float]
root6  c = concat $ map root3 (root2 c)
```

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Jak vypadají `bind` a `unit` pro nedeterministické výpočty?

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Jak vypadají `bind` a `unit` pro nedeterministické výpočty?

```
bind :: [a] -> (a -> [b]) -> [b]
bind list f = concat $ map f list
```

Motivace II – Nedeterministické výpočty

Jak vypadají `bind` a `unit` pro nedeterministické výpočty?

```
bind :: [a] -> (a -> [b]) -> [b]
bind list f = concat $ map f list

unit :: a -> [a]
unit x = [x]
```

Pozorování: `[]` ≈ `Nothing` (neexistuje žádný výsledek)

Motivace III – Náhodné funkce

- chceme pracovat s „náhodnými“ hodnotami
- „náhodné“ hodnoty závisí na `seed` $\rightarrow$ potřebujeme `seed` propagovat a aktualizovat napříč funkcemi
- nemáme k dispozici stavové proměnné
- nutné předávat jako argument v celém výpočtu

Motivace III – Náhodné funkce

- chceme pracovat s „náhodnými“ hodnotami
- „náhodné“ hodnoty závisí na `seed` → potřebujeme `seed` propagovat a aktualizovat napříč funkcemi
- nemáme k dispozici stavové proměnné
- nutné předávat jako argument v celém výpočtu
- náhodné hodnoty můžeme reprezentovat jako funkce:
  - vstup je hodnota `seed`
  - výstup:
    - „náhodná“ hodnota závislá na `seed`
    - nová hodnota `seed'` pro další „náhodnou“ proměnnou
  - **Typ:**

Motivace III – Náhodné funkce

- chceme pracovat s „náhodnými“ hodnotami
- „náhodné“ hodnoty závisí na `seed` $\to$ potřebujeme `seed` propagovat a aktualizovat napříč funkcemi
- nemáme k dispozici stavové proměnné
- nutné předávat jako argument v celém výpočtu
- náhodné hodnoty můžeme reprezentovat jako funkce:
  - vstup je hodnota `seed`
  - výstup:
    - „náhodná“ hodnota závislá na `seed`
    - nová hodnota `seed'` pro další „náhodnou“ proměnnou
  - **Typ:** `Int -> (a, Int)`

Motivace III – Náhodné funkce

Pro přehlednost tento typ pojmenujme

```
newtype Rand a = Rand { runRand :: Int -> (a, Int) }
```

Opět chceme řetězit výpočty.
Příklad:

- `rollDie :: Rand Int` na základě vstupní hodnoty vrátí číslo z intervalu $[1, 6]$
- jak vytvoříme výpočet, který háže 2 kostky po sobě a sečte výsledky?

Motivace III – Náhodné funkce

Pro přehlednost tento typ pojmenujme

```
newtype Rand a = Rand { runRand :: Int -> (a, Int) }
```

Opět chceme řetězit výpočty.
Příklad:

- `rollDie :: Rand Int` na základě vstupní hodnoty vrátí číslo z intervalu $[1, 6]$
- jak vytvoříme výpočet, který háže 2 kostky po sobě a sečte výsledky?

```
roll2Dice :: Rand Int
roll2Dice = Rand $ \seed ->
    let
        (d1, seed')  = runRand rollDie seed
        (d2, seed'') = runRand rollDie seed'
    in
        (d1 + d2, seed'')
```

Motivace III – Náhodné funkce

- opět je kompozice přirozená, ale nepřehledná
- zobecnění: levá strana bere `seed` $\rightarrow$ vytváří nový `seed'` $\rightarrow$ použije se jako vstup pro náhodnou proměnnou na pravé straně.
- přesněji zachyceno pomocí `bind`

Motivace III – Náhodné funkce

- opět je kompozice přirozená, ale nepřehledná
- zobecnění: levá strana bere `seed` $\rightarrow$ vytváří nový `seed'` $\rightarrow$ použije se jako vstup pro náhodnou proměnnou na pravé straně.
- přesněji zachyceno pomocí `bind`

```haskell
bind :: Rand a -> (a -> Rand b) -> Rand b
bind x f = Rand $ \seed ->
    let (val, seed') = runRand x seed
    in runRand (f val) seed'
```

Motivace III – Náhodné funkce

- opět je kompozice přirozená, ale nepřehledná
- zobecnění: levá strana bere `seed` $\rightarrow$ vytváří nový `seed'` $\rightarrow$ použije se jako vstup pro náhodnou proměnnou na pravé straně.
- přesněji zachyceno pomocí `bind`

```haskell
bind :: Rand a -> (a -> Rand b) -> Rand b
bind x f = Rand $ \seed ->
    let (val, seed') = runRand x seed
    in runRand (f val) seed'

unit :: a -> Rand a
unit x = Rand $ \seed -> (x, seed)
```

Motivace III – Náhodné funkce

Řešení `roll2Dice`:

```
roll2Dice :: Rand Int
roll2Dice = rollDie `bind` (\d1 ->
    rollDie `bind` (\d2 -> unit (d1 + d2)))
```

★ Porovnání Rand a IO

Pro zájemce: přečtěte si IO inside. Ukazuje dobrou paralelu mezi `Rand a` a `IO a`. K monádám s vnitřním stavem se ještě vrátíme v jiném cvičení.

Typové třídy Applicative, Monad

Typová třída Monad

```haskell
class Applicative m => Monad m where
    (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b -- bind
    return :: a -> m a                -- unit
```

Typová třída Monad

```haskell
class Applicative m => Monad m where
    (>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b -- bind
    return :: a -> m a                -- unit

    (>>) :: m a -> m b -> m b
        x >> y = x >>= \_ -> y
```

- umožňuje skládání výpočtů
  - předem definujeme, jak se toto skládání chová
  - `bind` navenek pracuje s výsledkem = „rozbalenou“ hodnotou
- definice třídy v `Prelude`, více v `Control.Monad`
- prozatím si nevšímejme nadtřídy `Applicative`...

Instance třídy Monad I

```
instance Monad Maybe where
```

Instance třídy Monad I

```haskell
instance Monad Maybe where
    return :: a -> Maybe a
    return = Just

    (>>=) :: Maybe a -> (a -> Maybe b) -> Maybe b
    Nothing >>= f = Nothing
    Just x >>= f  = f x
```

- řetězení „parciálních" funkcí (výpočet může selhat)
- >>=: výsledek se předává, pokud existuje

Instance třídy Monad I

```
instance Monad Maybe where
    return :: a -> Maybe a
    return = Just

    (>>=) :: Maybe a -> (a -> Maybe b) -> Maybe b
    Nothing >>= f = Nothing
    Just x >>= f  = f x
```

- řetězení „parciálních“ funkcí (výpočet může selhat)
- `>>=`: výsledek se předává, pokud existuje
- jak vypadá instance pro `Either e`?

Instance třídy Monad II

```
instance Monad [] where
```

Instance třídy Monad II

```
instance Monad [] where
    return :: a -> [a]
    return x = [x]

    (>>=) :: [a] -> (a -> [b]) -> [b]
    xs >>= f = concat (map f xs)
```

- řetězení „nedeterministických“ funkcí/výpočtů (`a -> [b]` = jeden vstup, libovolný počet výsledků)
- `>>=`: výpočet probíhá nad každou hodnotou vstupu

Instance třídy Monad III

```
instance Monad ([l], _) where
```

Instance třídy Monad III

```
instance Monad ([l], _) where
    return :: a -> ([l], a)
    return x = ([], x)

    (>>=) :: ([l], a) -> (a -> ([l], b)) -> ([l], b)
    (list, x) >>= f = let (list', y) = f x
                      in (list ++ list', y)
```

- řetězení funkcí/výpočtů s „logováním“
- `>>=`: udržuje se společný log celého výpočtu
- Spoiler alert! K této monádě se vrátíme v závěru kurzu.

Instance třídy Monad IV

```
instance Monad (r -> _) where -- fukce z r
```

Instance třídy Monad IV

```
instance Monad (r -> _) where -- fukce z r
    return :: a -> (r -> a)
    return x _ = x

    (>>=) :: (r -> a) -> (a -> (r -> b)) -> (r -> b)
    (>>=) rx f ctx = let x  = rx ctx
                         ry = f x
                     in ry ctx
```

- výpočty s read-only kontextem (např. konfigurace)
- >>=: výpočtu vstupní hodnoty i výpočtu výsledku předá týž kontext
- Spoiler alert! K této monádě se vrátíme v závěru kurzu.

Pravidla pro třídu Monad

- *levá identita*

  `return x >>= f` ≡ `f x`
- *pravá identita*

  `m >>= return` ≡ `m`
- *asociativita*

  `(m >>= f) >>= g` ≡ `m >>= (\x -> f x >>= g)`

Užitečné funkce třídy Monad

```
(<=<) :: Monad m =>
         (b -> m c) -> (a -> m b) -> (a -> m c)
f <=< g = (\x -> g x >>= f)
```

- ekvivalent kompozice běžných funkcí `(.)`
- existuje i obrácená varianta `>=>`

```
join :: Monad m => m (m a) -> m a
join mma = mma >>= id
```

- slučování vnořených kontextů
- ★ teoretici často místo `bind`u definují `join`

do-notace

`do`-notace je jenom syntaktický cukr pro `>>=`

- tj. s každou monádou můžeme pracovat přes `do`[1]

★ intensionální seznamy jsou cukrem kolem monád

[1] Rozšíření `ApplicativeDo` umožňuje použít (omezené) `do` i s `Applicative`.

do-notace

`do`-notace je jenom syntaktický cukr pro `>>=`

- tj. s každou monádou můžeme pracovat přes `do`[1]
- ★ intensionální seznamy jsou cukrem kolem monád

```
maybePlus :: Num a => Maybe a -> Maybe a -> Maybe a
maybePlus x y = do
  justX <- x
  justY <- y
  return $ justX + justY
```

[1] Rozšíření `ApplicativeDo` umožňuje použít (omezené) `do` i s `Applicative`.

Applicative

Motivace pro Applicative

Aplikativní funktory jsou na půli cesty mezi `Functor` a `Monad`.

- Umožňují z hodnoty vyrobit triviální výpočet:
  - `pure :: Applicative f => a -> f a`
  - doslova totéž co `return`, ale Historické Důvody™

Motivace pro Applicative

Aplikativní funktory jsou na půli cesty mezi `Functor` a `Monad`.

- Umožňují z hodnoty vyrobit triviální výpočet:
  - `pure :: Applicative f => a -> f a`
  - doslova totéž co `return`, ale Historické Důvody™
- Umožňují kombinovat vícero výpočtů **čistými funkcemi**:
  - `liftA2 ::...=> (a -> b -> c) -> f a -> f b -> f c`
  - `liftA3` obdobně pro ternární
  - `<*> ::...=> f (a -> b) -> f a -> f b`
  - Nelze měnit *efekt* (`f`) na základě *výsledků* (`a`, `b`). Např. `liftA2 op (Just 1) (Just 2)` neumí vrátit `Nothing`.

Existují aplikativní funktory, které nejsou monádami (`ZipList`).

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:

```
io1 = putStrLn "One" >> return 1
io2 = putStrLn "Two" >> return 2
```

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:

  ```
  io1 = putStrLn "One" >> return 1
  io2 = putStrLn "Two" >> return 2
  ```

- `ite = \i t e -> if i then t else e`

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:

  ```
  io1 = putStrLn "One" >> return 1
  io2 = putStrLn "Two" >> return 2
  ```

- `ite = \i t e -> if i then t else e`

  `ite True  io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ $\boxed{1}$, výstup `One`

  `ite False io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ $\boxed{2}$, výstup `Two`

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:
```
io1 = putStrLn "One" >> return 1
io2 = putStrLn "Two" >> return 2
```
- `ite = \i t e -> if i then t else e`

  `ite True  io1 io2` $\leadsto^*$ $\boxed{1}$, výstup `One`

  `ite False io1 io2` $\leadsto^*$ $\boxed{2}$, výstup `Two`
- `input = return True -- představuje uživ. vstup`

  `liftA3 ite input io1 io2 ~>`

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:

```
io1 = putStrLn "One" >> return 1
io2 = putStrLn "Two" >> return 2
```

- `ite = \i t e -> if i then t else e`

  `ite True  io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ $\boxed{1}$, výstup `One`

  `ite False io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ $\boxed{2}$, výstup `Two`

- `input = return True -- představuje uživ. vstup`

  `liftA3 ite input io1 io2` $\rightsquigarrow$ $\boxed{1}$, výstup `One\nTwo`

- nejdříve se provedou všechny akce (vč. vedlejších efektů) a získají hodnoty (`True`, `1`, `2`). Až poté se jejich výsledky spojí funkcí `ite`

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:
  ```
  io1 = putStrLn "One" >> return 1
  io2 = putStrLn "Two" >> return 2
  ```
- `ite = \i t e -> if i then t else e`

  `ite True  io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ 1, výstup `One`

  `ite False io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ 2, výstup `Two`
- `input = return True -- představuje uživ. vstup`

  `liftA3 ite input io1 io2 ~>` 1, výstup `One\nTwo`
- nejdříve se provedou všechny akce (vč. vedlejších efektů) a získají hodnoty (`True`, `1`, `2`). Až poté se jejich výsledky spojí funkcí `ite`
- potřebovali bychom vybalit z `input` čistý `Bool`...

★ Síla operátoru >>=

Podmíněné provádění akcí IO na základě uživatelského vstupu:

- mějme dvě akce typu `IO Int`:

  ```
  io1 = putStrLn "One" >> return 1
  io2 = putStrLn "Two" >> return 2
  ```

- `ite = \i t e -> if i then t else e`

  `ite True  io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ [1], výstup `One`

  `ite False io1 io2` $\rightsquigarrow^*$ [2], výstup `Two`

- `input = return True -- představuje uživ. vstup`

  `liftA3 ite input io1 io2 ~>` [1], výstup `One\nTwo`

- nejdříve se provedou všechny akce (vč. vedlejších efektů) a získají hodnoty (`True`, `1`, `2`). Až poté se jejich výsledky spojí funkcí `ite`
- potřebovali bychom vybalit z `input` čistý `Bool`... a předat ho funkci vracející akci IO

Typová třída Applicative

```
class Functor f => Applicative f where
    pure   :: a -> f a
    (<*>)  :: f (a -> b) -> f a -> f b
    liftA2 :: (a -> b -> c) -> f a -> f b -> f c
```

- samotná třída v `Prelude`, více v `Control.Applicative`
- předepsaných funkcí je více, ale dají se odvodit
- stačí jedno z `(<*>)` a `liftA2`
- lze napsat instanci `Monad` a použít `liftA2 = liftM2`
- naopak `return` se automaticky zadefinuje jako `pure`

Applicative vs. Monad

Z Historických Důvodů™ je spousta „aplikativních“ věcí v `Monad`:

- `pure` ≡ `return`
- `(<*>)` ≡ `ap`
- `(*>)` ≡ `(>>)`
- `liftA` ≡ `liftM` (≡ `fmap`)
- `liftA2` ≡ `liftM2`
- `liftA3` ≡ `liftM3`

`Applicative` má navíc `(<*)`, `Monad` zase až `liftM5`

Pravidla pro třídu Applicative

- *identita*
  `(pure id) <*> x ≡ x`
- *kompozice*
  `(pure (.)) <*> f <*> g <*> x ≡ f <*> (g <*> x)`
- *homomorfismus*
  `(pure f) <*> (pure x) ≡ pure (f x)`
- *výměna*
  `u <*> (pure y) ≡ (pure ($ y)) <*> u`

Vsuvka: MonadFail

```
class Monad m => MonadFail m where
    fail :: String -> m a
```

- akce `fail` má přerušit probíhající výpočet
- historicky (ještě v GHC 8.6) součástí třídy `Monad`
- automaticky se používá při pattern-matchingu v `do`-bloku
- instance pro `[]`, `Maybe` a `IO`

Funktory a monády – shrnutí

Functor:

- `fmap :: (a -> b) -> f a -> f b`:
- aplikace funkce na výsledek výpočtu

Applicative:

- `pure :: a -> f a`
- triviální výpočet se zadaným výsledkem
- `liftA2 :: (a -> b -> c) -> f a -> f b -> f c`
- kombinace výsledků nezávislých výpočtů

Monad:

- `(>>=) :: m a -> (a -> m b) -> m b`
- výpočet může záviset na výsledku předchozího výpočtu
- `join :: m (m a) -> m a`
- lze spustit výpočet, který je výsledkem výpočtu