

1. cvičení z MB141, jaro 2021

Zkuste zvládnout příklady 1 až 3 a příklad 4 aspoň začít a nechat dokončení za DU. Poslední příklad je možno nechat na 2. cvičení.

Příklad 1. V rovině jsou dány body $A = [-3 + \sqrt{3}, -1 + 2\sqrt{3}]$, $B = [3, -4]$, vektor $\vec{v} = (6, 3)$ a přímka $p : y - 2x + 7 = 0$.

- Určete parametrický a obecný popis přímky procházející body A a B .
- Určete přímku r , která je rovnoběžná s přímkou p a prochází bodem A .
- Určete přímku q určenou bodem B a vektorem \vec{v} .
- Spočítejte průsečík přímek q a r (pokud existuje).
- Spočítejte obsah trojúhelníka ABC .
- Rozhodněte, zda bod $O = [0, 0]$ leží uvnitř trojúhelníka ABC .
- Určete, které strany trojúhelníka ABC jsou vidět z bodu $D = [-1, 4]$.
- Spočítejte úhel při vrcholu B .

Řešení. http://www.math.muni.cz/xfrancirekp/vyuka/seste_cviceni/seste_cviceni.pdf □

Příklad 2. Napište předpis (pomocí maticového násobení a sčítání) pro zobrazení roviny do roviny, které je

- posunutí o vektor $\overrightarrow{(2, 3)}$,
- stejnolehlost se středem $P = [0, 0]$ a koeficientem 3,
- stejnolehlost se středem $S = [2, 5]$ a koeficientem $-\frac{1}{2}$,
- reflexe podle osy x ,
- reflexe podle přímky $x - y = 0$,
- reflexe podle přímky $x - y + 3 = 0$,
- otočení o úhel α kolem počátku $P = [0, 0]$,
- otočení o úhel $\pi/3$ kolem bodu $S = [2, -7]$.

Příklad 3. Zahradník buduje záhon ve tvaru pravidelného šestiúhelníku $ABCDEF$ (se středem v počátku a poloměrem kružnice opsané 20 m), tedy $A = [-20, 0]$, $D = [20, 0]$. Určete souřadnice ostatních vrcholů. Když namalují strany trojúhelníků ACE a BDF dostanu šestcípou hvězdu. Tuto hvězdu chci osázet květinami tak, že vnitřní šestiúhelník bude modrý a šest trojúhelníků bude červených. Jakou plochu budou mít modré a červené záhony. Která bude větší?

Návod. Souřadnice ostatních vrcholů vypočítejte pomocí matice otáčení. Spočítejte dále souřadnice průsečíku úseček DF a CE . Na přednášce jsme počítali těžiště trojúhelníka jako afinní kombinaci jeho vrcholů. □

Příklad 4. V čase $t_0 = 0$ vyslal hráč v bodě $[0, 0]$ puk na prázdnou branu ve (správném) směru $(10, 30)$ rychlostí 10 ms^{-1} (předpokládáme, že puk nezpomaluje). O půl sekundy později protihráč v bodě $[20, 10]$ hodil hokejku délky $\sqrt{2}$ ve směru $(-10, 10)$ také rychlostí 10 ms^{-1} . (Poznámka: v čase $t_1 = 0.5 \text{ s}$ je v bodě $[20, 10]$ konec hokejky, kterou chápeme jen jako úsečku položenou ve směru hodů.) Zamezí hozená hokejka pohybu puku do prázdné branky? (Veškeré uváděné souřadnice jsou v metrech.)

Návod. Napište obecné i parametrické (parametr je čas) rovnice přímk, které popisují dráhu puku a hokejky. Spočítejte jejich průsečík. Je to bod $[15/2, 45/2]$. Tam puk bude v čase $t = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$. Rukojeť hokejky bude v tomto čase v bodě s x -ovou souřadnicí $20 - \frac{15\sqrt{5}}{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}$. Porovnejte ji s x -ovou souřadnicí puku, která je $15/2$ (je menší, ukažte) a udělejte závěr. \square

Příklad. 5*. Napište předpis pro zobrazení roviny do roviny, které je

- a) reflexe podle přímky $3x + 4y = 0$ (hledejte ve tvaru maticového násobení a zjistěte, kam se zobrazí tečný vektor a kam normálový vektor),
- b) reflexe podle přímky $3x + 4y - 7 = 0$.