2. cvičení z MB141, jaro 2021

Bylo by dobré udělat aspoň příklady 1, 2, 3, 5 a 6, příklad 4 může být za domácí úlohu. Dále udělejte aspoň příklad 3 z prvného cvičení, případně příklady 4 a 5 z prvního cvičení.

Příklad. 1. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & + & 2x_5 & = & -2 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & 3x_5 & = & 1 \\ x_1 & & & + & x_3 & - & x_4 & + & 2x_5 & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & + & 3x_5 & = & 0 \end{array}$$

Řešení. Nemá řešení.
http://www.math.muni.cz/ xfrancirekp/vyuka/seste_cviceni/sedme_cviceni.pdf □

Příklad. 2. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & + & x_5 & = & 0 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & 2x_4 & + & 2x_5 & = & 0 \\ 2x_1 & & & + & x_3 & - & x_4 & + & 2x_5 & = & -1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & 2x_4 & + & x_5 & = & 1 \end{array}$$

Řešení. $[-1, 0, 1, 0, 0] + s(0, 0, 1, 1, 0) + t(-1, 0, 0, 0, 1)$
http://www.math.muni.cz/ xfrancirekp/vyuka/seste_cviceni/sedme_cviceni.pdf □

Příklad. 3. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & - & x_2 & & & - & 3x_4 & = & 2 \\ 3x_1 & & & - & x_3 & + & x_4 & = & -3 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & 5x_4 & = & -6 \end{array}$$

Řešení. Jediné řešení. □

Příklad. 4. Řešte soustavu rovnic

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} 2x_1 & - & 3x_2 & + & 17x_3 & - & 29x_4 & - & 36x_5 & = & 22 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 18x_3 & - & 27x_4 & + & 33x_5 & = & 21 \\ 12x_1 & - & 18x_3 & + & 102x_3 & - & 174x_4 & - & 216x_5 & = & 132 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 21x_3 & - & 24x_4 & - & 30x_5 & = & 20 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & 24x_3 & - & 21x_4 & - & 27x_5 & = & 19 \end{array}$$

Příklad. 5. Zjistěte, zda jde matice násobit , a pokud ano, vynásobte je.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ -2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -5 \\ 9 & 11 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -5 \\ 9 & 11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 7 \\ -2 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 21 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 9 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 9 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 & 21 & 5 \end{pmatrix}$$

Příklad. 6. Vynásobte následující dvě matice a výsledek vyčíslete s použitím součtových vzorců pro goniometrické funkce

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r\cos\beta \\ r\sin\beta \end{pmatrix}.$$

Na základě toho ukažte, že zobrazení

$$F\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \cdot x - \sin\alpha \cdot y \\ \sin\alpha \cdot x + \cos\alpha \cdot y \end{pmatrix}$$

je otočení kolem počátku v rovině o úhel α.

Příklad. 7. Matice A a B tvaru $n \times n$ jsou dány předpisem:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i \geq j, \\ 2, & \text{if } i < j, \end{cases} \qquad B_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } i \leq j, \\ 3, & \text{if } i > j. \end{cases}$$

Vypočtěte, čemu se rovná jejich součin.

Návod: Pro obecné n spočtěte $(A \cdot B)_{ij}$ zvlášť pro $i \leq j$ a pro $i \geq j$.