

7.

[3 body] V \mathbb{R}^4 se standardním skalárním součinem spočítejte kolmou projekci vektoru $u = (1, -6, 8, -3)$ do podprostoru

$$V = [v_1 = (2, -1, 1, 0), v_2 = (1, -2, 0, 3)].$$

Dále spočtete kolmou projekci vektoru u do ortogonálního doplňku V^\perp .

Kolmé projekce do V a V^\perp jsou postupně

Kolmá projekce do V je vektor $Pu = av_1 + bv_2$. Protože $u - Pu = u - av_1 - bv_2$ je kolmý na vektory v_1, v_2 , dostaneme soustavu rovnic

$$6a + 4b = 16, \quad 4a + 14b = 4.$$

Ta má řešení $a = 52/17, b = -10/17$. Tedy kolmá projekce do V je

$$Pu = \frac{52}{17}v_1 - \frac{10}{17}v_2 = \frac{1}{17}(94, -32, 52, -30).$$

Kolmá projekce do ortogonálního doplňku je

$$u - Pu = \frac{1}{17}(-77, -70, 84, -21).$$

Bodování: Bohužel v zadání jsem udělal chybu. V poslední souřadnici vektoru v_2 mělo být znaménko minus.

Pak by vyšla soustava s řešením $a = 2$ a $b = 1$. Vzhledem k této chybě je každé řešení, kde je správná soustava už za 3 body.