

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte  
zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [0,5 bodu] Uvažte následující tři relace na slovech nad abecedou  $\Sigma = \{a, b, c\}$ :

$$s R_1 t \stackrel{\text{def}}{\iff} (|s| < 2 \wedge s = t) \vee (|s| \geq 2 \wedge |t| \geq 2 \wedge \text{penultimate}(s) = \text{penultimate}(t))$$

$$s R_2 t \stackrel{\text{def}}{\iff} s = s^R \implies t = t^R$$

$$s R_3 t \stackrel{\text{def}}{\iff} (\#_a(s) + \#_b(s) = |t| - \#_c(s)) \wedge (\#_a(s) \bmod 2 = \#_a(t) \bmod 2)$$

Operace *penultimate* z relace  $R_1$  je operace, která vrací předposlední písmeno slova (je definovaná pouze pro slova s délkou alespoň 2).

Formálně bychom ji definovali následovně:

$$\text{penultimate}(s) = \begin{cases} d, \text{ kde } \exists u \in \Sigma^*, e \in \Sigma: u \cdot d \cdot e = s \wedge |d| = 1 & \text{pokud } |s| \geq 2, \\ \text{nedefinováno} & \text{pokud } |s| < 2. \end{cases}$$

Pro každou z uvedených relací rozhodněte, zda se jedná o ekvivalenci. Pokud to není ekvivalence, dokažte proč. Pokud to ekvivalence je, toto tvrzení nedokazujte, pouze určete její index a popište jednotlivé třídy rozkladu podle dané relace. Následně rozhodněte, zda jde o pravou kongruenci a své tvrzení dokažte (s důkazem, že relace je pravá kongruence, vám může pomoci tvrzení 2.21 ze skript, nezapomeňte však, že pokud se odvoláváte na definice, věty nebo důkazy z materiálů, musíte vždy uvést, kde a jak je používáte).