Afinní prostory

$A+v$

$A+V=\{A+v \mid v \in V\}$

$(A+v)+w=A+(v+w)$

$A+0=A$

$A+v=B$ takové v existuje jediné

$v=B-A$

v R^n:

$A=[a_1,\dots,a_n]$

$v=(v_1,\dots,v_n)$

$A+v=[a_1+v_1,\dots,a_n+v_n]$

V zaměření afinního prostoru

u,v , lin. kombinace $au+bv$

A,B , afinní kombinace $aA+bB$, $a+b=1$

$A_1,\dots,A_n$, af. Kombinace $a_1A_1+...+a_nA_n$, $a_1+...+a_n=1$

dimenze afinního prostoru = dimenze jeho zaměření

parametrický popis afinního prostoru:

$A+p_1v_1+...p_nv_n$

p v R^3: $X=[2,3,-8]+t(4,1,5)$

$x_1=2+4t$, $x_2=3+t$, $x_3=-8+5t$

implicitní/obecný popis:

(2 4 1 5 -1 | 1)

(1 2 0 2 0 | 0)

(1 2 0 3 1 | 2)

(2 4 2 5 -3 | 0)

(1 2 0 2 0 | 0)

(0 0 1 1 -1| 1)

(0 0 0 1 1 | 2)

(0 0 0 0 0 | 0)

Příklad 1: od obecného k parametrickému

$x_5=t$

$x_4=2-t$

$x_3+2-t+t=1$, $x_3=-1$

$x_2=s$

$x_1+s+2(2-t)=0$, $x_1=-4+2t-s$

$X=[-4,0,-1,2,0]+t(2,0,0,-1,1)+s(-1,1,0,0,0)$

Příklad: obráceně

$X=[0,-1,2,0]+t(-2,1,1,1)+s(2,2,-1,1)$

$x_1=-2t+2s$

$x_2=-1+t+2s$

$x_3=2+t-s$

$x_4=t+s$

$x_3+x_4=2+2t$

$x_1-x_2=1-3t$

$2x_1-2x_2+3x_3+3x_4=8$

$t=x_3/2+x_4/2-1$

s=…

$2x_2+x_3-3x_4=0$

Hodnost matice:

- počet nenulových řádků po (řádkové) úpravě na schodový tvar
- počet nenulových sloupců po (sloupcové) úpravě na %
- maximální počet lin. nezávislých řádků
- max. počet lin. nezáv. Sloupců

Ax=b má řešení právě tehdy když hodnost (A|b) má stejnou hodnost jako A

Pokud je tato podmínka splněna, je dimenze řešení rovna rozdílu počtu proměnných a hodnosti.

Průnik afinních prostorů:

1. parametrický a obecný: dosadíme param. Do obecného
2. oba obecně: sesypeme rovnice do jednoho systému
3. oba parametricky: X=A+tv, X=B+sw

$A+tv=B+sw$

$tv-sw=B-A$

Vzájemná poloha prostorů:

A,B afinní prostory

1) A=B

2) AcB nebo BcA (podmnožina), jeden podprostorem druhého

3) A,B různoběžné, A průnik B není prázdná, neplatí 1 ani 2

4) A,B rovnoběžné, A průnik B je prázdná, zaměření jednoho je podprostorem zaměření druhého

5) A,B mimoběžné, A průnik B prázdná, ale neplatí 4