

1. cvičení z MB141 – opakování ze střední školy

Pokyny pro cvičící: Začněte příklady 1, 2, 3. Příklad 3 je časově náročný. Doporučuji si ho připravit předem. Naproti tomu příklady 4 až 7 nezaberou mnoho času. Neočekávám, že byste stihli udělat všechno.

Příklad 1. V rovině jsou dány body $A = [-3 + \sqrt{3}, -1 + 2\sqrt{3}]$, $B = [3, -4]$, vektor $\vec{v} = (6, 3)$ a přímka $p: y - 2x + 7 = 0$.

- Určete parametrický a obecný popis přímky procházející body A a B .
- Určete přímku r , která je rovnoběžná s přímkou p a prochází bodem A .
- Určete přímku q určenou bodem B a vektorem \vec{v} .
- Spočítejte průsečík přímek q a r (pokud existuje).

Řešení. http://www.math.muni.cz/xfrancirekp/vyuka/seste_cviceni/seste_cviceni.pdf □

Příklad 2. Napište předpis pro zobrazení roviny do roviny, které je geometricky popsáno níže. Zobrazení f bodu o souřadnicích $[x, y]$ přiřadí bod o souřadnicích $[f_1(x, y), f_2(x, y)]$.

- posunutí o vektor $\overrightarrow{(2, 3)}$,
- stejnolehlost se středem $P = [0, 0]$ a koeficientem 3,
- stejnolehlost se středem $S = [2, 5]$ a koeficientem $-\frac{1}{2}$,
- reflexe podle osy x ,
- reflexe podle přímky $x - y = 0$,
- reflexe podle přímky $x - y + 3 = 0$.

Příklad 3. 15 sekund před koncem utkání vyslal Jágr z bodu $[0, 0]$ puk na prázdnou branku ve (správném) směru $(1, 3)$ rychlostí 10 ms^{-1} (předpokládáme, že puk nezpomaluje). O půl sekundy později protihráč v bodě $[20, 10]$ hodil hokejku délky $\sqrt{2}$ m ve směru $(-1, 1)$ také rychlostí 10 ms^{-1} . (Poznámka: v tomto čase je v bodě $[20, 10]$ konec hokejky, kterou chápeme jen jako úsečku položenou ve směru hodu.) Zamezí hozená hokejka pohybu puku do prázdné branky?

Návod. Napište parametrické (parametr je čas) rovnice přímek, které popisují dráhu puku a hokejky. Spočítejte čas, za který bude puk v průsečíku těchto přímek. Ten je $t = \frac{3}{4}\sqrt{10}$ a průsečík přímek je bod $[15/2, 45/2]$. Rukojeť hokejky bude v tomto čase v bodě s x -ovou souřadnicí $20 - \frac{15}{2}\sqrt{5} + \frac{5}{2}\sqrt{2}$. Jaká bude x -ová souřadnice špičky hokejky. Porovnejte tyto souřadnice s x -ovou souřadnicí puku, která je $15/2$ a udělejte závěr. □

Příklad 4. Jak poznáme, že je celé číslo dělitelné 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11? Svá tvrzení zdůvodněte.

Příklad 5. Ukažte, že součin pěti po sobě jdoucích čísel je dělitelný 120.

Příklad 6. Nejdříve pro $n = 2, 3$ a potom pro další $n \in \mathbb{N}$ si připomeňte

- vzorec pro součet n -tých mocnin dvou čísel,
- vzorec pro rozdíl n -tých mocnin dvou čísel,
- vzorec pro n -tou mocninu součtu, tzv. binomický vzorec.

Příklad. 7. Za pomoci předchozího příkladu, ukažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$

- a) číslo 3 dělí číslo $4^n - 1$,
- b) číslo 5 dělí číslo $n^5 - n$
- c) číslo 5 dělí číslo $3^{3n+1} + 2^{n+1}$.