

## 8. cvičení z MB141 – afinní geometrie, jaro 2022

Bylo by dobré vyřešit všechny příklady. Počítejte postupně. Příklad 3 řešte dosazením parametrického vyjádření jedné roviny do rovnic druhé roviny. (V souboru s řešením a videu v ISu je v tomto příkladu druhá rovina zadána soustavou rovnic.)

**Příklad 1.** Napište nejdříve parametrický a potom implicitní popis nejmenšího afinního podprostoru v  $\mathcal{A}_4$ , který obsahuje body

$$A = [5, 2, 1, 0], \quad B = [4, 1, 0, 0], \quad C = [-3, 1, 0, 1].$$

**Příklad 2.** Najděte průnik a spojení afinním podprostorů  $\mathcal{M}$  a  $\mathcal{N}$  v  $\mathcal{A}_5$ :

$$\mathcal{M} : [2, 3, 4, 3, 6] + a(1, 1, 1, -1, 1) + b(0, 0, 1, 0, 1)$$

$$\mathcal{N} : [2, 2, 4, 4, 6] + c(1, 0, 0, 0, 1) + d(0, 0, 1, 0, 0) + e(2, 1, 1, -1, 1).$$

**Příklad 3.** V  $\mathcal{A}_4$  určete vzájemnou polohu rovin

$$\pi : 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \quad 5x_1 - x_2 + 2x_4 = 3,$$

$$\rho : [-3, 0, 0, -2] + a(3, 1, 2, 0) + b(5, -1, 0, 2).$$

**Příklad 4.** V  $\mathcal{A}_4$  určete vzájemnou polohu roviny

$$\rho : [3, -1, 0, 0] + s(-1, 1, 1, 0) + t(2, 1, 0, 1)$$

a přímk  $p$ ,  $q$  a  $r$ , které mají parametrická vyjádření

$$\text{a) } p : [7, 4, 2, 3] + a(5, -2, -3, 1),$$

$$\text{b) } q : [1, 2, 3, 4] + b(1, 5, 3, 2),$$

$$\text{c) } r : [1, 2, 3, 4] + c(1, 1, 1, 1).$$

**Příklad 5.** Osa dvou mimoběžných přímk  $p$  a  $q$  v afinním prostoru  $\mathcal{A}_3$  je přímka, která obě přímky protíná a je na ně kolmá. Najděte osu mimoběžek

$$p : [1, 2, 3] + a(1, 2, -1), \quad q : [2, -3, 4] + b(2, -1, -2)$$

a body  $P \in p$  a  $Q \in q$ , ve kterých tyto přímky protíná.

### Další úlohy na domácí procvičování

**Příklad 1.** Najděte parametrický a obecný popis roviny v  $\mathbb{R}^4$ , která prochází body  $A = [1, 0, 1, 0]$ ,  $B = [0, 1, 0, 2]$  a  $C = [1, 2, 3, 4]$ .

**Příklad 2.** V prostoru  $\mathbb{R}^4$  jsou dány tři body  $A = [1, 2, 3, 6]$ ,  $B = [2, 3, 1, 6]$  a  $C = [0, 1, 2, 6]$ , které generují afinní podprostor  $\mathcal{M}$ . Dále  $\mathcal{N}$  je afinní podprostor zadaný implicitně

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 &= 7 \\ x_2 + x_3 - x_4 &= 2. \end{aligned}$$

Určete afinní podprostory  $\mathcal{M} \cap \mathcal{N}$  a  $\mathcal{M} \sqcup \mathcal{N}$  (včetně dimenzí).

**Příklad. 3.** Necht' v prostoru  $\mathbb{R}^4$  je podprostor  $\mathcal{M}$  zadaný implicitně

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\x_2 - 2x_3 + x_4 &= 0 \\x_1 + 3x_3 - x_4 &= 5.\end{aligned}$$

Určete vzájemnou polohu podprostoru  $\mathcal{M}$  a přímky  $p$  dané takto:

- a)  $p : [4, 0, 3, -2] + t \cdot (1, -1, 1, -1)$ ,
- b)  $p : [1, 1, 1, 1] + t \cdot (1, 1, 0, 1)$ ,
- c)  $p : [1, 1, 1, 1] + t \cdot (1, -1, 0, 1)$ .

**Příklad. 4.** Určete příčku mimoběžek

$$\begin{aligned}p &: [1, 2, 0] + a \cdot (1, -1, 1) \\q &: [0, 9, -2] + b \cdot (1, 0, 0),\end{aligned}$$

takovou, že přímka jí určená prochází bodem  $[7, 9, -5]$ .

**Příklad. 5.** Určete příčku mimoběžek

$$\begin{aligned}p &: [3, 0, 3] + t \cdot (0, 1, 2) \\q &: [0, -1, -2] + s \cdot (1, 2, 3),\end{aligned}$$

která je rovnoběžná s vektorem  $v = (1, -2, 1)$ .