

## Domácí úloha z MB141, týden 09

**Příklad 1.** Uvažujme Leslieho model růstu populace krysy, které máme rozděleny do tří věkových skupin: do jednoho roku, od jednoho do dvou let a od dvou let do tří. Předpokládejme, že žádná krysa se nedožívá více než tři let. Průměrná porodnost v jednotlivých skupinách je následující. V první skupině je nulová, a ve druhé a třetí skupině 2 krysy na jednu krysu. Krysy, které se dožijí jednoho roku, umírají až ve třetím roce života. Určete úmrtnost v první skupině, víte-li, že daná populace krys stagnuje (počet jedinců se v ní nemění).

**Příklad 2.** JZD se zabývá chovem prasat. Chov se řídí půlročním cyklem a proto prasata rozdělují do čtyř věkových kategorií: malá selata (0–0,5 roku), větší selata (0,5–1 rok), mladší prasnice (1–1,5 roku) a starší prasnice (1,5–2 roky). Po ukončení půlročního období a přepočítání prasat ve všech kategoriích se v novém období postupuje takto.

- Malá selata jsou rozdělena na samce, kteří se prodají, a na samice, které zůstávají v chovu, přičemž těchto samic je polovina z celkového počtu malých selat. Na konci nového období z nich jsou velká selata.
- Velká selata se pouze krmí, na konci nového období jsou ze všech mladší prasnice.
- Mladší prasnice se nechají zapustit a v průměru vrhnou 11 zdravých selat na jednu prasnici. Přitom 10% z mladších prasnic uhynie a 90% přežívá – na konci nového období jsou z nich starší prasnice.
- Starší prasnice se také zapustí a v průměru vrhnou 10 zdravých selat. Na konci nového období jsou však starší prasnice odeslány na jatka.

Určete, kolik procent velkých selat mohou během každého období prodat, aby měli stabilizovaný chov.

**Příklad 3.** Roztržitý profesor s sebou nosí deštník, ale s jistou pravděpodobností jej zapomene tam, odkud zrovna odchází. Ráno odchází z domova do práce, a protože bývá po ránu v kondici, pravděpodobnost, že deštník zapomene doma, je pouze  $1/3$ . Z práce chodí odpoledne do restaurace a pravděpodobnost, že deštník zapomene v práci, je  $1/2$ . V restauraci si dá pozdní oběd a jde domů, přičemž pravděpodobnost, že zapomene deštník v restauraci, je rovna  $2/3$ . Uvažujme pro jednoduchost, že nikam jinam po dostatečně dlouhou dobu profesor nechodí a že v restauraci zůstává deštník na profesorově oblíbeném místě, odkud si ho může následující den (pokud nezapomene) vzít.

Napište matici tohoto Markovova procesu. (Je vhodné za časovou jednotku vzít jeden den – od půlnoci do půlnoci.) Jaká je pravděpodobnost, že se po mnoha dnech bude deštník nalézat o půlnoci doma?