

Rozvrhování montážních systémů

2. května 2022

- 1 Montážní linka s flexibilním časem
- 2 Montážní linka s fixním časem

Job shop

- každá úloha má jednoznačnou identitu
- výroba na objednávku, malý objem výroby
- potenciálně komplikovaná cesta systémem
- velmi obtížný problém

Montážní linka (flexible assembly system)

- limitovaný počet odlišných typů výrobků
- specifikováno vyráběné množství každého typu
- systém pro manipulaci s materiálem
 - startovní čas úlohy je funkcí času dokončení na předchozím stroji
 - limitovaný počet úloh čekajících ve frontě mezi stroji
- masová produkce
- ještě obtížnější problém

Montážní linka s flexibilním časem (*unpaced assembly system*)

- Několik strojů zapojených sériově (*flow system*)
- **Flexibilní čas**
 - stroj může strávit tolik času na úloze, kolik je třeba
- **Blokování**
 - následující stroj je plný a úloha na něj nemůže být přesunuta
- Fronty mezi stroji?
 - bez újmy na obecnosti lze uvažovat fronty nulové délky
 - frontu délky n lze simulovat n stroji, na kterých je doba provádění úlohy nulová
 - ⇒ budeme uvažovat fronty nulové délky
- Limitovaný počet odlišných typů výrobků
- Specifikováno vyráběné množství každého typu
- Cíl: maximalizace výkonu
 - výkon opět definován kritickým strojem

- Různé typy kopírek montované na jedné lince
- Odlišné modely mají obvykle společný základ
- Odlišnost v rámci komponent
 - automatický podavač ano/ne, rozdílné optiky, ...
- Odlišnost typů vede k odlišným dobám výroby na jednotlivých strojích

- Rozvrhy jsou často **cyklické** nebo periodické
 - daná množina úloh rozvrhována v určitém pořadí
 - jsou obsaženy všechny typy výrobků
 - některé typy zde mohou být vícekrát
 - druhá identická množina rozvrhována, atd.
- Nevhodné pokud jsou dlouhé nastavovací doby
 - pak se vyplatí dlouhé běhy výrobku jednoho typu
- Praktické pokud **nevýznamná nastavovací doba**
 - nízké skladovací náklady
 - snadné na implementaci
 - nicméně: acyklický rozvrh může dávat maximální výkon
- V praxi
 - cyklické rozvrhy s malými odchylkami závislémi na aktuálních objednávkách

Minimální podílová množina (*minimum part set*)

- Předpokládejme l typů výrobků
- N_k požadovaný počet výrobků typu k
- z největší společný dělitel
- Potom

$$N^* = \left(\frac{N_1}{z}, \dots, \frac{N_l}{z} \right)$$

je nejmenší množina se „správnými“ proporcemi

minimální podílová množina
(MPS, *minimum part set*)

- Uvažujme úlohy v MPS jako n úloh: $n = \frac{1}{z} \sum_{k=1}^l N_k$
 - p_{ij} jako dříve
 - cyklický rozvrh je rozvrh určen seřazením úloh v MPS
 - maximalizace výkonu = minimalizace doby cyklu

- Systém se 4 stroji
- Tři odlišné typy výrobku, které musí být vyráběny ve stejném množství, tj.

$$N^* = (1, 1, 1)$$

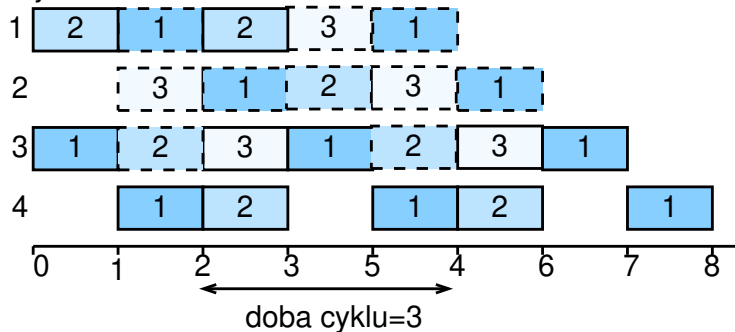
- Doby provádění

| Úlohy | 1 | 2 | 3 | |
|----------|---|---|---|-----------------------------|
| p_{1j} | 0 | 1 | 0 | |
| p_{2j} | 0 | 0 | 0 | ← fronta mezi strojem 1 a 3 |
| p_{3j} | 1 | 0 | 1 | |
| p_{4j} | 1 | 1 | 0 | |

Příklad: posloupnost v MPS 1,2,3

| Úlohy | 1 | 2 | 3 |
|----------|---|---|---|
| p_{1j} | 0 | 1 | 0 |
| p_{2j} | 0 | 0 | 0 |
| p_{3j} | 1 | 0 | 1 |
| p_{4j} | 1 | 1 | 0 |

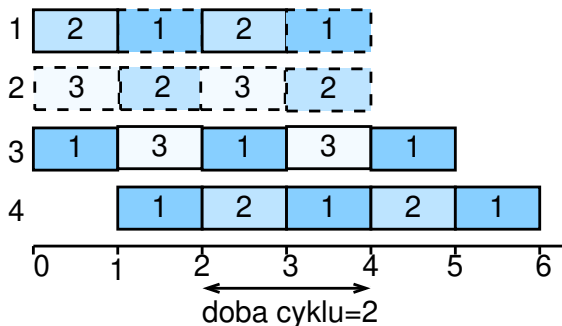
stroje



Příklad: posloupnost v MPS 1,3,2

| Úlohy | 1 | 2 | 3 |
|----------|---|---|---|
| p_{1j} | 0 | 1 | 0 |
| p_{2j} | 0 | 0 | 0 |
| p_{3j} | 1 | 0 | 1 |
| p_{4j} | 1 | 1 | 0 |

stroje



Heuristika padnacího profilu (*profile fitting heuristic, PF*)

- Vyber první úlohu j_1
 - výběr libovolné úlohy nebo
 - výběr úlohy s nejdelší celkovou dobou provádění
- Úloha generuje **profil**

$$X_{i,j_1} = \sum_{h=1}^i p_{h,j_1}$$

- předpokládáme, že úloha j_1 poběží bez blokování
- ⇒ X_{i,j_1} **čas odchodu**: čas, kdy úloha j_1 opustí stroj i

PF: určení následující úlohy

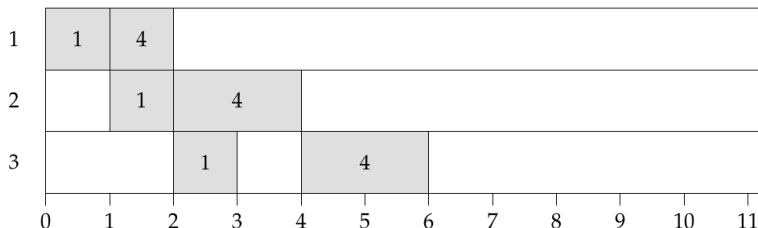
Spočítej pro každou možnou úlohu

- dobu, kterou stroje čekají
- dobu, kdy je úloha blokována
- spočítej čas odchodu pro kandidáta na druhou pozici (j_2),
např. pro úlohu c (j_1 : úloha na první pozici)

$$X_{1,j_2} = \max(X_{1,j_1} + p_{1c}, X_{2,j_1})$$

$$X_{i,j_2} = \max(X_{i-1,j_2} + p_{ic}, X_{i+1,j_1}) \quad i = 2, \dots, m-1$$

$$X_{m,j_2} = X_{m-1,j_2} + p_{mc}$$



PF: určení následující úlohy

Spočítej pro každou možnou úlohu

- dobu, kterou stroje čekají
- dobu, kdy je úloha blokována
- spočítej čas odchodu pro kandidáta na druhou pozici (j_2), např. pro úlohu c

$$\begin{aligned}X_{1,j_2} &= \max(X_{1,j_1} + p_{1c}, X_{2,j_1}) \\X_{i,j_2} &= \max(X_{i-1,j_2} + p_{ic}, X_{i+1,j_1}) \quad i = 2, \dots, m-1 \\X_{m,j_2} &= X_{m-1,j_2} + p_{mc}\end{aligned}$$

- neproduktivní doba na stroji i , pokud je c na druhé pozici: $X_{i,j_2} - X_{i,j_1} - p_{ic}$
- celková neproduktivní doba (přes všechny stroje) pro c :

$$\sum_{i=1}^m (X_{i,j_2} - X_{i,j_1} - p_{ic})$$

- úloha s nejmenší neproduktivní dobou vybrána na druhou pozici (pro další pozice opakuj totéž) ... myšlenka padnoucího profilu

- PF heuristika se chová v praxi dobře
 - stále platí, že při použití heuristiky PF nehrají roli nastavovací doby
- Zjemnění:
 - neproduktivní doby nejsou stejně špatné na všech strojích
 - uvažuj kritický stroj
 - použití vah v součtu

- Popis modelu

- transportér, který se posunuje konstantní rychlostí
- výrobky, které se vyrábí se **posunují mezi stroji pevnou rychlostí**
- **jednotková doba cyklu:**
 - určena jako doba mezi dvěma po sobě jdoucími úlohami na lince
- každý stroj má danou kapacitu a omezení
- cíl: uspořádat úlohy tak, aby
 - nebyly stroje přetíženy a
 - byla minimalizována cena za nastavení

- Příklad: výroba automobilu

- rozdílné modely vyráběné na stejné lince
- auta mají odlišné barvy a vybavení
- vyráběná auta uspořádána tak, aby byla
 - minimalizována cena za nastavení a
 - stroje na lince byly rovnoměrně vytíženy

- **Atributy a charakteristiky každé úlohy**
 - barva, vybavení, . . .
- Cena za změny při výrobě
 - vytváření **skupin výrobků**, které mají vybrané atributy stejné
 - např. barva auta
- Časově náročné operace
 - **distribuuji úlohy**, které obsahují tyto operace
 - **operace omezující kapacitu (index kritičnosti)**
 - operace s vyšším indexem jsou kritičtější
 - např. instalace posuvné střechy
 - př. čtyřikrát časově náročnější, 10% aut má posuvnou střechu, tj. index kritičnosti = 4/10
 - sekce linky pro instalaci posuvné střechy musí být vytížena alespoň čtyřikrát méně než sekce pro automobily bez posuvné střechy, jinak nebude dostatek času na instalaci posuvné střechy

- Minimalizace celkové ceny na nastavení
- Splnění termínů dokončení pro výrobky na objednávku
 - celkové nezáporné vážené zpoždění
 - opakování: $T_j = \max(C_j - d_j, 0)$
- Distribuce operací omezujících kapacitu
 - $\psi_i(l)$ značí penalizaci, pokud stroj musí vyrábět dva výrobky, které jsou l pozic od sebe
- Pravidelné tempo spotřeby materiálu

Heuristika seskupování a distribuce (*grouping and spacing*)

- 1 Urči celkový počet úloh, které mají být rozvrhovány
 - vyšší počet úloh na rozvrhování umožní nižší cenu, ale snadněji dojde k narušení rozvrhu
 - typicky jeden den až týden
- 2 Seskup úlohy obsahující operace s vysokými cenami za nastavení
- 3 Uspořádej skupiny podle nastavovacích cen a termínů objednávky
- 4 Distribuuj úlohy v rámci skupiny tak, aby byly brány v úvahu operace omezující kapacitu
 - nejkritičtější operace distribuovány co nejlépe co nejdříve a zohledni přitom termíny objednávky

Jednoduchý matematický model

- 1 stroj, n úloh
- Každá úloha: $p_j = 1$, d_j (mohou být nekonečné), w_j , b atributů a_{j1}, \dots, a_{jb}
 - 1. atribut reprezentuje barvu
 - 2. atribut je 1, pokud má úloha posuvnou střechu, jinak je 0
 - ...
- Jestliže úloha j následována úlohou k a $a_{j1} \neq a_{k1}$, pak je nutná cena na nastavení c_{jk}
 - c_{jk} je funkcí a_{j1} a a_{k1}
- Jestliže $a_{j2} = a_{k2} = 1$, pak je nutná penalizace $\psi_2(l)$
 - pokud jsou úlohy j a k od sebe vzdáleny l pozic
- Jestliže je úloha dokončena po termínu dokončení, uvažujeme vážené nezáporné zpoždění
- Cíl: minimalizovat celkovou cenu včetně
 - ceny za nastavení
 - ceny za distribuci
 - ceny za zpoždění

Příklad: heuristika seskupování a distribuce (zadání)

- 1 stroj, 10 úloh, $p_j = 1$
- Atributy úlohy j : a_{j1} a a_{j2}
- Cena za nastavení s využitím a_{j1} pro úlohu j :
 - dvě po sobě jdoucí úlohy mají $a_{j1} \neq a_{k1}$, pak $c_{jk} = |a_{j1} - a_{k1}|$
- $a_{j2} = a_{k2} = 1$ a mezi j a k je $(l - 1)$ úloh, pak $\psi_2(l) = \max(3 - l, 0)$
 - úlohy těsně po sobě ($0 = l - 1$), pak je penalizace $\max(3 - 1, 0) = 2$
 - jedna úloha mezi nimi ($1 = l - 1$), pak je penalizace $\max(3 - 2, 0) = 1$
 - více než jedna úloha mezi nimi (s), pak je penalizace $\max(3 - s, 0) = 0$
- Některé úlohy mají konečné termíny dokončení, pokud překročeny, pak $w_j T_j$ brána v úvahu

| Úlohy | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|----------|---|----------|----------|----------|----------|---|----------|----------|----------|
| a_{j1} | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| a_{j2} | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| d_j | ∞ | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | ∞ | ∞ | ∞ |
| w_j | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |

Příklad: heuristika seskupování a distribuce (řešení)

- 3 skupiny dle a_{j1}
- Skupina A: úlohy 1,2,3 skupina B: úlohy 4,5,6
skupina C: úlohy 7,8,9,10
- Nejlepší pořadí skupin
vzhledem k ceně za nastavení A, B, C nebo C, B, A
- Ale úloha 7 nebo 2 by nebyla dokončena včas a cena za zpoždění vysoká \Rightarrow výběr pořadí A, C, B
- Úlohy s atributem 2 nutno distribuovat, optimální posloupnosti minimalizující penalizaci ψ_2
 - A: 2,1,3 atributy 1 0 1
 - C: 8,7,9,10 atributy 0 1 0 0
 - B: 5,4,6 atributy 1 0 1
 - cena 3 (první-třetí=1, třetí-pátý=1, osmý-desátý=1)
- Celková cena: $6+3+0=9$
(cena za nastavení+cena za distribuci+cena za zpoždění)

Montážní linka s flexibilním časem

- př. výroba kopírek
- cyklické rozvrhy
- heuristika padnouceho profilu PF

Montážní linka s fixním časem

- př. výroba automobilů
- heuristika seskupování a distribuce