

Rozvrhování předmětů na univerzitě

16. května 2022

- 1 Popis problému
- 2 Iniciální tvorba rozvrhu
- 3 Interaktivní rozvrhování

Typy problémů

- rozvrhování se studijními obory (curriculum-based timetabling)
 - curriculum (studijní obor): množina předmětů
 - každý student je zapsán do (jednoho nebo více) curricula
 - cíl: rozvrhování všech předmětů curricula bez překrývání
 - typické také pro rozvrhování na střední škole
- rozvrhování se zápis studentů (enrollment-based timetabling)
 - každý student je individuálně zapsán/zaregistrován do nějaké množiny předmětů
 - **studentský konflikt**: student není schopen absolvovat (dva) zaregistrované předměty vzhledem k jejich překryvu
 - cíl: nalezení rozvrhu, který minimalizuje počet studentských konfliktů
 - př. rozvrhování na FI
- dělení studentů na skupiny (student sectioning/student scheduling)
 - dělení studentů na skupiny pro velké předměty, kde je nutné několik seminárních nebo přednáškových skupin

Iniciální tvorba rozvrhu (vytvoření rozvrhu ze začátku) vs.

Interaktivní rozvrhování: změny vytvořeného rozvrhu

Vyvinutý na Purdue University (USA) ve spolupráci s FI MU a MFF UK

Komplexní systém pro univerzitní rozvrhování

- rozvrhování předmětů se studijními obory i i se zápisy
dělení studentů na skupiny
iniciální tvorba rozvrhu, interaktivní rozvrhování
- rozvrhování studentů, zkoušek, událostí
- otevřený zdrojový kód
- webové rozhraní, Java, SQL+hibernate, XML

Použití

- používáno pro rozvrhování na [Purdue University](#)
 - 70 různých problémů, celkem asi 40 000 studentů
- [Masarykova univerzita](#): používáno na téměř všech fakultách
- např. MIT, [USA](#), Lahore University of Management Sciences, [Pakistán](#), University of Zagreb, [Chorvatsko](#), AGH University of Science and Technology, [Polsko](#), Antalya International University, [Turecko](#), Universidad de Ingeniería y Tecnología (UTEC), [Peru](#), American College of Middle East (ACM), [Kuwait](#)

Materiál k přednášce

- **přehledová práce – rozvrhování na Purdue University**

H. Rudová, T. Müller, K. Murray, Complex university course timetabling. *Journal of Scheduling*, 14(2): 187-207, Springer, 2011.
<http://dx.doi.org/10.1007/s10479-010-0828-5>

Další materiály

- <http://www.unitime.org/publications.php>


















- **rozvrhování na Filozofické fakultě MU**

H. Rudová and T. Müller, Rapid Development of University Course Timetables (extended abstract). Proceedings of the 5th Multidisciplinary International Scheduling Conference (MISTA 2011), pages 649–652. 2011
<http://www.fi.muni.cz/~hanka/publ/mista11.pdf>

- **rozvrhování na Pedagogické fakultě MU a FSpS**

T. Müller, H. Rudová, Real-life Curriculum-based Timetabling with Elective Courses and Course Sections. *Annals of Operations Research*, 239(1):153-170, Springer, 2016.
<http://dx.doi.org/10.1007/s10479-014-1643-1>

Struktura předmětu s jeho třídami (vyučovanými částmi)

	Mins Per		Limit	Manager	Date Pattern	Time Pattern	Preferences			Instructor
	Demand	Week					Time	Room	Distribution	
M E 263		98	96							
M E 263H										
Lecture			150	96	LLR	Full Term	3 x 50 2 x 75	 WTHR  Computer		
Recitation			100	96	M E	Full Term	2 x 50	 ME 120  ME 236 Classroom		
Laboratory			50	84-120	LAB	Even Wks	1 x 50	 Windows XP		
Lec 1			150	96	LLR	Full Term	3 x 50 2 x 75	 WTHR  Computer		J. Smith C. Bing
Rec 1			100	48	M E	Full Term	2 x 50	 ME 120  ME 236 Classroom	Back-To-Back	J. Novak
Lab 1			50	14-20	LAB	Even Wks	1 x 50	 Windows XP		
Lab 2			50	14-20	LAB	Even Wks	1 x 50	 Windows XP		
Lab 3			50	14-20	LAB	Even Wks	1 x 50	 Windows XP		
Rec 2			100	48	M E	Full Term	2 x 50	 ME 120  ME 236 Classroom	Back-To-Back	J. Novak
Lab 4			50	14-20	LAB	Odd Wks	1 x 50	 Windows XP		
Lab 5			50	14-20	LAB	Odd Wks	1 x 50	 Windows XP		
Lab 6			50	14-20	LAB	Odd Wks	1 x 50	 Mac Os X		

Typická omezení

		Pevná omezení	Měkká omezení
Časy pro třídy*	časové vzory (pro pravidelné časy) individuální časy	x x	 x
Místnosti pro třídy	individuální budovy/místnosti individuální vybavení místnosti	x x	x x
Omezení na zdroje	místnosti vyučující	x x	
Studenti	konflikty mezi dvěma třídami		x
Distribuční omezení mezi třídami	časové závislosti mezi třídami časové precedence mezi třídami třídy rozvrhované v podobných časech stejný nebo odlišný den/čas/místnost výuky pro třídy	x x x x	x x x x

***Třída** je každá rozvrhovaná položka předmětu (přednáška, cvičení, ...)

Pevné podmínky

- musí být splněny

Měkké podmínky

- nemusí být splněny, pokud je to nutné

Měkké podmínky v rozvrhování: přehled

- studentské konflikty
- měkká omezení na čas
- měkká omezení na místnosti
- měkké distribuční podmínky

Vážený problém splňování podmínek (weighted CSP, WCSP) P

- zahrnuje pevné a měkké podmínky
- cíl: minimalizace F jako součtu vah nesplněných měkkých podmínek

Iterativní dopředné prohledávání (Iterative Forward Search, IFS) pro WCSP

P : WCSP, F : účelová funkce, $<$: komparátor

```
1: function IFS( $P, F, <$ )
2:    $i = 0$ 
3:    $\omega = \emptyset$  (současné přiřazení/rozvrh)
4:    $\sigma = \emptyset$  (nejlepší přiřazení/rozvrh)
5:   while canContinue( $\omega, i$ ) do
6:      $i = i + 1$ 
7:      $v = \text{selectVariable}(P, \omega)$  ( $v$  reprezentuje třídu)
8:      $d = \text{selectValue}(P, \omega, F, <, v)$  ( $d$  reprezentuje umístění v rozvrhu)
9:      $\gamma = \text{hardConflicts}(P, \omega, v/d)$  (předměty, které musím odpřihadit)
10:     $\omega = \omega \setminus \gamma \cup \{v/d\}$ 
11:    if  $F(\omega) < F(\sigma)$  then  $\sigma = \omega$ 
12:  end while
13:  return  $\sigma$ 
14: end function
```

Poznámka: není používána žádná propagace omezení

proměnná má buď přiřazenu iniciální hodnotu nebo má plnou iniciální doménu

Nalezení konfliktních proměnných $\gamma = \text{hardConflicts}(P, \omega, v/d)$

- vypočítá množinu proměnných γ takovou, že $\omega \setminus \gamma \cup \{v/d\}$ neporuší žádnou pevnou podmínku
- lze aplikovat jednoduchý algoritmus – vyšší počet iterací je lepší než sofistikovaný algoritmus

Výběr proměnné $\text{selectVariable}(P, \omega)$

- nevýznamný – chyby mohou být odstraněny budoucími iteracemi
- aplikováno náhodné uspořádání

Výběr hodnoty $\text{selectValue}(P, \omega, F, <, v)$

- velmi důležitý
- pro minimalizaci porušení měkkých podmínek:
 - výběr hodnoty d proměnné v s minimálním zhoršením $\Delta F(\omega, v/d)$ hodnoty účelové funkce s ohledem na měkká omezení
 - $\Delta F(\omega, v/d) = F(\omega \cup \{v/d\}) - F(\omega)$ (výpočet inkrementální)
- pro minimalizaci porušení pevných podmínek: konfliktní statistika

Current Assignment of C S 101 Lab 2

Not assigned.

Room Locations: 1 (EDUC 108)

Time Locations: 3 (M 9:30a, M 11:30a, M 1:30p)

Conflict-based Statistics

- ☐ 2123× Room EDUC 108
 - ☐ 718× M 11:30a - 1:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 260× C S 101 Lab 3 ← M 11:30a - 1:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 235× C S 101 Lab 1 ← M 11:30a - 1:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 222× C S 101 Lab 4 ← M 11:30a - 1:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 1× ENGR 101 Lab 2 ← M 11:30a - 1:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 718× M 1:30p - 3:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 256× C S 101 Lab 1 ← M 1:30p - 3:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 235× C S 101 Lab 4 ← M 1:30p - 3:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 226× C S 101 Lab 3 ← M 1:30p - 3:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 1× ENGR 101 Lab 2 ← M 1:30p - 3:20p Full Term EDUC 108
 - ☐ 687× M 9:30a - 11:20a Full Term EDUC 108
 - ☐ 252× C S 101 Lab 1 ← M 9:30a - 11:20a Full Term EDUC 108
 - ☐ 240× C S 101 Lab 4 ← M 9:30a - 11:20a Full Term EDUC 108
 - ☐ 192× C S 101 Lab 3 ← M 9:30a - 11:20a Full Term EDUC 108

Předpoklad: při výběru hodnoty a proměnné A je nutné zrušit přiřazení hodnoty b proměnné B , tj. $[A = a \rightarrow \neg B = b]$

V průběhu výpočtu si tedy lze pamatovat:

$$A = a \Rightarrow 3 \times \neg B = b, \quad 4 \times \neg B = c, \quad 1 \times \neg C = a, \quad 120 \times \neg D = a$$

Při výběru hodnoty

- výběr hodnoty s nejnižším počtem konfliktů váženým jejich frekvencí
 - **konflikt započítáme pouze, pokud to vede k odstranění přiřazení**

- př. $A = a \Rightarrow 3 \times \neg B = b, \quad 90 \times \neg B = c,$
 $1 \times \neg C = a, \quad 120 \times \neg D = a$

$$A = b \Rightarrow 1 \times \neg B = a, \quad 3 \times \neg B = b, \quad 2 \times \neg C = a$$

za předpokladu, že máme přiřazení $B = c, C = a, D = b$

- necht' A/a vede ke konfliktu s B/c : vyhodnoceno jako 90
 - není konflikt s C/a , tak se nezapočítává
- necht' A/b vede ke konfliktu s C/a : vyhodnoceno jako 2
- tj. vybereme hodnotu b pro proměnnou A

- $CBS[x = d_x \rightarrow \neg y = d_y] = c_{xy}$: při přiřazení $x = d_x$ bylo nutné zrušit přiřazení $y = d_y$ v minulosti c_{xy} -krát
- Jestliže je hodnota d vybrána pro proměnnou v v IFS, potom $\text{hardConflicts}(P, \omega, v/d)$ vypočítá přiřazení $\gamma = \{v_1/d_1, v_2/d_2, \dots, v_n/d_n\}$, které musí být zrušeno, aby byla vynucena konzistence nového částečného přiřazení
Jako důsledek jsou navýšeny čítače

$$CBS[v = d \rightarrow \neg v_1 = d_1], \quad CBS[v = d \rightarrow \neg v_2 = d_2], \quad \dots, \\ CBS[v = d \rightarrow \neg v_n = d_n] .$$

- Konfliktní statistika je používána jako heuristika pro **výběr hodnoty**
Evaluace hodnoty d proměnné v :

$$\sum_{v_i/d_i \in \omega \wedge v_i/d_i \in \text{hardConflicts}(P, \omega, v/d)} CBS[v = d \rightarrow \neg v_i = d_i]$$

tj. konflikt započítáme pouze tehdy, pokud to vede k odstranění přiřazení

Uvažovány změny s třídou PSY 120 Lec 5

Suggestions

<u>Score</u>	<u>Class</u>	<u>Date</u>	<u>Time</u>	<u>Room</u>	<u>Students</u>
+43	PSY 120 Lec 5	Full Term	MWF 7:30a	WTHR 200 → CL50 224	0
+48.4	PSY 120 Lec 5	Full Term	MWF 7:30a → TTh 7:30a	WTHR 200 → CL50 224	+10
+63.3	PSY 120 Lec 5	Full Term	MWF 7:30a → MWF 4:30p	WTHR 200 → LILY 1105	+14
	POL 130 Lec 2	Full Term	MWF 4:30p → MWF 9:30a	LILY 1105 → RHPH 172	
+63.9	PSY 120 Lec 5	Full Term	MWF 7:30a → MWF 4:30p	WTHR 200 → LILY 1105	+16
	POL 130 Lec 2	Full Term	MWF 4:30p	LILY 1105 → FRNY G140	
+63.9	PSY 120 Lec 5	Full Term	MWF 7:30a → MWF 4:30p	WTHR 200 → LILY 1105	+16
	POL 130 Lec 2	Full Term	MWF 4:30p	LILY 1105 → LYNN 1136	

(all 235 possibilities up to 2 changes were considered, top 5 of 22 suggestions displayed)

Search Deeper

Opravná verze metody větví a mezí (Repair-based BB)

Algoritmus

- n nejlepších návrhů ω je vráceno uživateli
- prohledávání s časovým limitem
- hodnoty s nejlepší $\Delta F(\omega, v/d)$ prozkoumávány nejdříve
 - konfliktní statistika není brána v úvahu vzhledem k výpočetní náročnosti

Meze

- omezená hloubka prohledávání
 - abychom umožnili pouze malý počet změn proměnných
 - pro zahrnutí změny na jedné třídě nemá smysl měnit příliš mnoho dalších tříd
 - M : maximální hloubka
- hodnota účelové funkce F musí být lepší než n -tý nejlepší návrh
 - $\Omega[n]$: n -tý nejlepší návrh

Opakování RepairBB: provádění nového RepairBB

- se zvětšenou hloubkou prohledávání a/nebo
- zvětšeným časovým limitem

Opravná verze metody větví a mezí

- P : WCSP
- ω : současné přiřazení
- v_{bb} : proměnná (třída), která bude přiřazována

```
1: function RepairBB( $P, \omega, v_{bb}$ )
2:   if  $\{v_{bb}/d\} \subseteq \omega$  then  $\omega = \omega \setminus \{v_{bb}/d\}$ 
3:   else  $d = nil$ 
4:    $\gamma = \{v_{bb}/d\}$ 
5:   return backtrack( $P, \omega, \emptyset, \gamma, \emptyset, 0$ )
6: end function
```

backtrack($P, \omega, \mu, \gamma, \Omega, m$)

- μ : nově vybrané přiřazení aktuálním prohledáváním do hloubky
- γ : proměnné (s případným původním přiřazením),
pro které hledáme přiřazení
- Ω : návrhy (několik dosud nejlepších nalezených přiřazení)
- m : aktuální hloubka prohledávání

Funkce backtrack

```
1: function backtrack( $P, \omega, \mu, \gamma, \Omega, m$ )
2:   if  $\|\gamma\| + m > M$  then return  $\emptyset$       ( $M$  je maximální hloubka)
3:   if  $\gamma = \emptyset$  then return  $\omega$       (konflikty vyřešeny)
4:   if timeout then return  $\emptyset$ 
5:   if  $LowerBound(F(\omega \cup \gamma)) \geq F(\Omega[n])$  then return  $\emptyset$ 
      (odhad kvality nového přiřazení (po zahrnutí  $\gamma$ ) je horší než  $n$ -tý návrh)
6:    $v = selectVariableBB(\gamma)$    (je vybrána některá nepřirazená proměnná)
7:   let  $v/d_o \in \gamma$            ( $d_o$  je původní hodnota proměnné  $v$ )
8:   for  $d \in D_v$  ordered by  $\Delta F(\omega, v/d)$  do
9:     if  $d = d_o$  then continue           (je vybrána původní hodnota)
10:     $\alpha = hardConflicts(P, \omega, v/d)$ 
11:    if  $\alpha \cap \mu \neq \emptyset$  then continue   (konflikt s už vybraným přiřazením)
12:     $\Omega = \Omega \cup backtrack(P, \omega \cup \{v/d\}, \mu \cup \{v/d\},$ 
       $\gamma \setminus \{v/d_o\} \cup \alpha, \Omega, m + 1)$ 
13:  end for
14:  return  $\Omega$ 
15: end function
```


UniTime.org: GUI s vygenerovaným rozvrhem

Purdue Timetabling

https://foregano.smas.purdue.edu:18443/Timetabling/selectPrimaryRole.do

Purdue Timetabling

Timetable

Filter

Export PDF Refresh

Legend

	7:30a	8:00a	8:30a	9:00a	9:30a	10:00a	10:30a	11:00a	11:30a	12:00p	12:30p	1:00p	1:30p	2:00p	2:30p	3:00p	3:30p	4:00p	4:30p	5:00p	
EE 129 (468)																					
Mon			MA 16200 Lec 1	PSY 12000 Lec 4	EDCI 27000 Lec 1	ECON 21000 Lec 1	PSY 12000 Lec 5	MA 16100 Lec 2	CSR 34200 Lec 1	MA 18200 Lec 2	MA 26100 Lec 1										
Tue		SOC 22000 Lec 1	ECON 25100 Lec 3	ENGR 10000 Lec 1	ENGR 10000 Lec 3	ECON 21000 Lec 1	PSY 12000 Lec 5	MA 16100 Lec 2	CSR 34200 Lec 1	MA 18200 Lec 2	MA 26100 Lec 1										
Wed			MA 16200 Lec 1	PSY 12000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 3	ECON 21000 Lec 1	PSY 12000 Lec 5	MA 16100 Lec 2	CSR 34200 Lec 1	MA 18200 Lec 2	MA 26100 Lec 1										
Thu		SOC 22000 Lec 1	ECON 25100 Lec 3	ENGR 10000 Lec 2	ENGR 10000 Lec 2	ENGR 10000 Lec 2	AGEC 33100 Lec 1	ECON 25100 Lec 1	SOC 10000 Lec 4	PSY 12000 Lec 2											
Fri			MA 16200 Lec 1	PSY 12000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4	ENGR 10000 Lec 4										
EE 170 (172)																					
Mon		ECE 20100 Lec 3	CE 29700 Lec 1	AAE 20300 Lec 1	CE 20300 Lec 1	ENTM 41800 Lec 1	CE 34000 Lec 1	AAE 35200 Lec 1	AAE 30100 Lec 1	ECE 27000 Lec 1											
Tue		PHPR 47800 Lec 1	BCM 10000 Lec 1	PSY 23500 Lec 1	SOC 32400 Lec 1	PHAD 46400 Lec 1															
Wed		ECE 20100 Lec 3	CE 29700 Lec 1	CS 15900 Lec 2	AAE 20300 Lec 1	CE 20300 Lec 1	CS 15900 Lec 1	CE 34000 Lec 1	AAE 35200 Lec 1	AAE 30100 Lec 1	ECE 27000 Lec 1										
Thu			PHPR 47800 Lec 1	BCM 10000 Lec 1	PSY 23500 Lec 1	SOC 32400 Lec 1	PHAD 46400 Lec 1														
Fri		ECE 20100 Lec 3	CE 29700 Lec 1	CS 15900 Lec 2	AAE 20300 Lec 1	CE 20300 Lec 1	CS 15900 Lec 1	CE 34000 Lec 1	AAE 35200 Lec 1	AAE 30100 Lec 1	ECE 27000 Lec 1										
MSEE 8012 (96)																					
Mon		SLHS 30400 Lec 1	MSE 23500 Lec 1	CE 47300 Lec 1	ENGL 27800 Lec 1	POL 30000 Lec 1	EAS 10900 Lec 1	NUR 30200 Lec 1	AAE 43900 Lec 1												
Tue				HIST 30400 Lec 1	EAS 31200 Lec 1	HSCI 31200 Lec 1	HSCI 58000 Lec 1	ECE 30200 Lec 2	CSR 41500 Lec 1												
Wed		SLHS 30400 Lec 1		CE 47300 Lec 1	ENGL 27800 Lec 1	POL 30000 Lec 1	EAS 10900 Lec 1	NUR 30200 Lec 1	AAE 43900 Lec 1												
Thu				HIST 30400 Lec 1		HSCI 31200 Lec 1	HSCI 58000 Lec 1	ECE 30200 Lec 2	CSR 41500 Lec 1												
Fri		SLHS 30400 Lec 1	MSE 23500 Lec 1a	CE 47300 Lec 1	ECE 36400 Lec 1				AAE 43900 Lec 1												
EE 170 (172)																					

Current User: Solver Status

Name: Múkec, Tomas

Dept: SSMC

Role: Administrator

Status: Fall 2009 (PWL)

Session: Timetabling

Database: timetabling@smasreader

Version: 3.11.105 (Purdue)

Logged: 10/11/09 07:53 AM

	Jaro 2014	Podzim 2014
Místnosti	14+5	14+6
Vyučující	197	231
Předměty	190	199
Třídy	500	604
Registrace	12 701 ⁺	14 055 ⁺
Registrace + obory	17 599	20 670
Konflikty dop.přůchody		4x
Konflikty	958	1 440
Preference na čas	75,89 %	78,2 %

⁺ odstraněny registrace cca 25 studentů s více než 20 předměty

- **Mezinárodní soutěž, kterou organizovala i FI MU**
 - <https://www.itc2019.org>
 - rozvrhování univerzitních předmětů
- **Vychází z reálných problémů shromážděných v systému UniTime**
 - řešení problémů z celého světa včetně rozvrhování FI MU
 - anonymizovaná data
 - málo významné charakteristiky problémů odstraněny
 - snaha soustředit se na důležité rysy problému
- **Průběh soutěže**
 - 3×10 datových sad publikováno během soutěžního období
 - dostupný validátor řešení – založený na řešiči UniTime
 - submitování validních řešení přes web soutěže
- **Výsledky**
 - zahrnuty tři problémy z FI MU
 - vítězný řešič časově náročný (výsledky po 24 hodinách i déle)
[matheuristika](#): matematické programování kombinované s heuristikami
 - řešič založený na UniTime druhý nejlepší
schopný produkovat výsledky v krátkém čase (hodina až dvě)

- Typy řešených problémů
 - studijní obory, zápisy, dělení na skupiny
 - iniciální vs. interaktivní rozvrhování
- UniTime
- Model problému
 - struktura předmětu
 - omezení a účelové funkce
- Prohledávání
 - iterativní dopředné prohledávání
 - konfliktní statistika
 - opravná verze metody větví a mezí