

# Úvod do rozvrhování

14. února 2023

- 1 Rozvrh
- 2 Reálné problémy
- 3 Terminologie
- 4 Klasifikace rozvrhovacích problémů

# Definice pojmu rozvrhování

- Rozvrhování

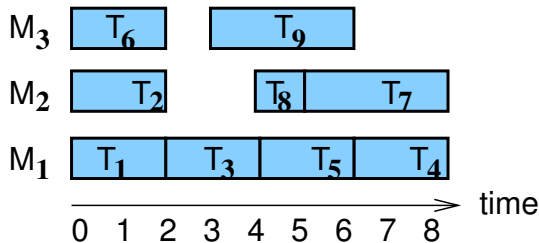
optimální alokace/přirazení zdrojů množině úloh v čase

- omezené množství zdrojů
- maximalizace zisku za daných omezení

- Stroj  $M_i, i = 1, \dots, m$

úloha  $T_j, j = 1, \dots, n$

Strojově orientovaný Ganttův diagram



## Rozvrh:

- dán **umístěním úloh do konkrétního času a na konkrétní zdroje**, kde mají být úlohy prováděny

## Úplný rozvrh:

- v rozvrhu jsou umístěny všechny úlohy ze zadání problému

## Částečný rozvrh:

- některé úlohy ze zadání problému nejsou umístěny/přiřazeny

## Konzistentní rozvrh:

- rozvrh, ve kterém jsou **splněna všechna omezení** kladená na zdroje a umístěné/přiřazené úlohy, např.
  - úloha je naplánována v čase, kdy je dostupná
  - na jednom stroji (s jednotkovou kapacitou) běží nejvýše jedna úloha

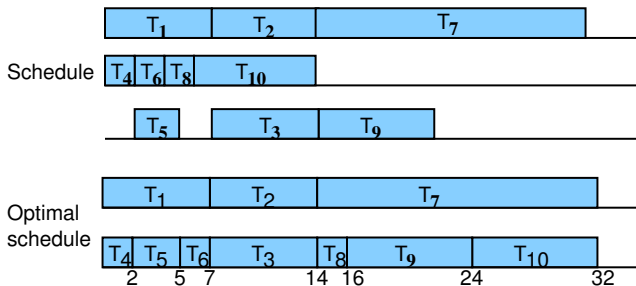
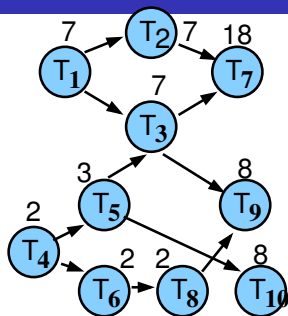
## Konzistentní úplný rozvrh vs. konzistentní částečný rozvrh

## Optimální rozvrh:

- umístění úloh na stroje je optimální vzhledem k zadanému optimalizačnímu kritériu, např.
  - $\min C_{max}$ : makespan (čas dokončení poslední úlohy) je minimální

# Příklad: montáž kola

- 10 úloh s danou dobou trvání
- Precedenční podmínky
  - úlohu lze provést až po provedení zadané množiny úloh
- Nepreemptivní úlohy
  - úlohy nelze přerušit
- Optimalizační kritéria
  - minimalizace makespan
  - minimální počet pracovníků



# Reálný problém: rozvrhování sester v nemocnici

Jedná se o **problém rozvrhování zaměstnanců**

Požadavky na personál

- odlišný počet sester v pracovní dny a o víkendu
- menší nároky při obsazování nočních směn
- dodržení pravidel daných ze zákona
- preference zaměstnanců na pracovní dobu
- ...

Cíl

- určit přiřazení sester na směny
- splnění požadavků
- minimalizace ceny

	+ -		1					2					3					4										
2000 December	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S	M	T	W	T	F	S	S
A	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH	DH
B																												
C																												
D																												
E																												
F																												
G																												
H																												

- **Problém směřování vozidel (vehicle routing problem)**

- požadavky na doručení/vyzvednutí/doručení+vyzvednutí

- lokace, časová okna, hmotnost, objem

- vozidla, která musí tyto lokace obsloužit

- kapacita/objem vozidel, jedno/více depot vozidel

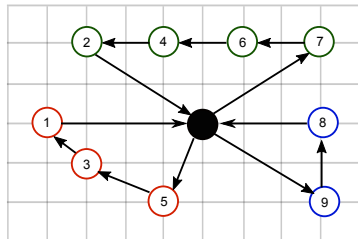
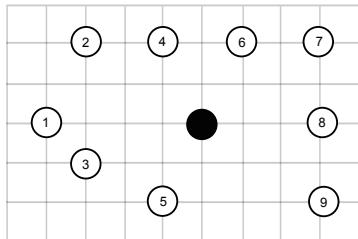
- stejná/různá vozidla

- optimalizace: počtu vozidel, vzdálenosti, ceny

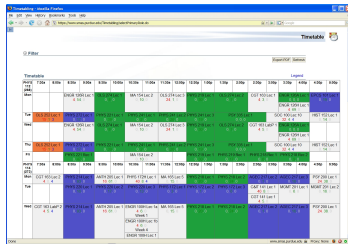
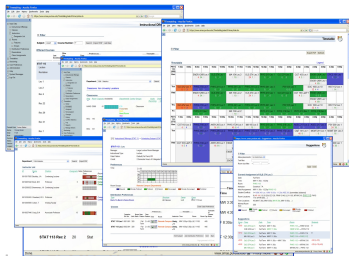
- **Statický vs. dynamický problém**

- problém dán předem vs. reakce na změny problému při realizaci řešení

- Spolupráce FI s firmou Wereldo



- Nalezení času a místnosti pro výuku předmětů na univerzitě
  - omezení kladena na umístění předmětů
    - optimalizace preferenčních požadavků na čas a místnosti
  - každý předmět má určeny své studenty (registrace, studijní obory)
    - minimalizace počtu překrývajících se předmětů pro všechny studenty
- Návrh, vývoj a používání systému UniTime
  - FI spolupracuje na návrhu a vývoji od 2001
  - primárně vyvinuto a používáno na Purdue University, USA
  - MU: používáno na 7 fakultách včetně FI
- International Timetabling Competition ITC 2019
  - reálné problémy z 10 různých univerzit po celém světě (UniTime data)



## *Scheduling* ... rozvrhování/plánování

- alokace zdrojů za daných podmínek na objekty umístěných v časoprostoru tak, že je minimalizována celková cena daných zdrojů
- důraz je kladen **na uspořádání objektů**
  - precedenční podmínky
  - př. plánování výroby: stanovení pořadí operací, důležitost časových návazností operací
- *schedule* ... rozvrh
  - zahrnuje prostorové a časové informace

## *Timetabling* ... rozvrhování

- alokace zdrojů za daných podmínek na objekty umístěných v časoprostoru tak, že jsou co nejlépe splněna zadaná kritéria
- důraz kladen **na konkrétní časové umístění objektů**
- často **vymezen předem časový horizont** (počet rozvrhovaných slotů)
  - př. školní rozvrhování: předmětům přiřazen čas a místo vyuuky
- *timetable* ... rozvrh
  - ukazuje, kdy a kde se budou události konat



Plánování (*planning*) někdy chápáno v dlouhodobějším horizontu

- krátkodobé podrobné rozvrhování + dlouhodobé obecné plánování
- např. plánování=vytvoření vhodné množiny úloh
  - tak aby bylo dosaženo zadaných cílůrozvrhování=přirazení úloh v čase na zdroje
  - tak aby byla minimalizována cena
- nebo dlouhodobé plánování zdrojů
  - tak abychom pokryli budoucí potřebyvs. krátkodobé rozvrhování úloh na zdroje
  - tak aby byly splněny aktuální požadavky

## Plánování v umělé inteligenci (*AI planning*)

- vykonání posloupnosti akcí tak, abychom se dostali z počátečního stavu do koncového stavu
- př. plánování činností robota
  - počáteční stav v místnosti, cílový stav v místnosti, robot provede posloupnost akcí (např. přemístí předměty) tak, aby se dostal do cílového stavu
- lze chápat jako vytvoření vhodné množiny úloh jako u plánování (viz předchozí průsvitka)

## Přednáška IV126 Umělá inteligence II

- zahrnut blok přednášek o plánování

## *Sequencing ... seřazení*

- za daných podmínek:  
konstrukce pořadí úloh, ve kterém budou prováděny
- *sequence ... posloupnost*
  - pořadí, ve kterém jsou úlohy prováděny
- př. pořadí automobilů na montážní linku

## *Rostering*

- umístění zdrojů za daných podmínek do slotů s pomocí vzorů (*pattern*)
- *roster ... rozpis*
  - seznam jmen lidí, který určuje, které úlohy budou provádět a kdy
- př. rozpis sester v nemocnici, rozpis řidičů autobusů

- Stroje (zdroje, prostředky)  $i = 1, \dots, m$
- Úlohy (aktivity)  $j = 1, \dots, n$
- $(i, j)$  operace nebo provádění úlohy  $j$  na stroji  $i$ 
  - úloha se může skládat z několika operací
  - příklad: úloha 4 má tři operace s nenulovou dobou trvání  $(2,4), (3,4), (6,4)$ , tj. je prováděna na strojích 2,3,6
- Statické parametry úlohy
  - doba trvání  $p_{ij}, p_j$ : doba provádění úlohy  $j$  na stroji  $i$
  - termín dostupnosti  $j$  (*release date*)  $r_j$ :  
nejdřívější čas, ve kterém může být úloha  $j$  prováděna
  - termín dokončení (*due date*)  $d_j$ :  
čas, do kdy by měla být úloha  $j$  nejpozději dokončena (preference)  
vs. *deadline*: čas, do kdy musí být úloha  $j$  nejpozději dokončena (požadavek)
  - váha  $w_j$ : důležitost úlohy  $j$  relativně vzhledem k ostatním úlohám v systému
- Dynamické parametry úlohy
  - čas startu úlohy (*start time*)  $S_{ij}, S_j$ : čas zahájení provádění úlohy  $j$  na stroji  $i$
  - čas konce úlohy (*completion time*)  $C_{ij}, C_j$ : čas, kdy je dokončeno provádění úlohy  $j$  na stroji  $i$

## Grahamova klasifikace $\alpha|\beta|\gamma$

používá se pro popis rozvrhovacích problémů

- $\alpha$ : charakteristiky stroje
  - popisuje způsob alokace úloh na stroje
- $\beta$ : charakteristiky úloh
  - popisuje omezení aplikovaná na úlohy
- $\gamma$ : optimalizační kritéria

<http://www.informatik.uni-osnabrueeck.de/knust/class/>

- složitost pro jednotlivé rozvrhovací problémy

Příklady:

- $P3|prec|C_{\max}$ : montáž kola
- $Pm|r_j|\sum w_j C_j$ : paralelní stroje

- Jeden stroj 1:  $1 | \dots | \dots$
- Identické paralelní stroje  $P_m$ 
  - $m$  identických strojů zapojených paralelně (se stejnou rychlostí)
  - úloha je dána jedinou operací
  - úloha může být prováděna na libovolném z  $m$  strojů
- Paralelní stroje s různou rychlostí  $Q_m$ 
  - doba trvání úlohy  $j$  na stroji  $i$  přímo závislá na jeho rychlosti  $v_i$
  - $p_{ij} = p_j / v_i$
  - př. několik počítačů s různou rychlostí procesoru
- Nezávislé paralelní stroje s různou rychlostí  $R_m$ 
  - stroje mají různou rychlost pro různé úlohy
  - stroj  $i$  zpracovává úlohu  $j$  rychlostí  $v_{ij}$
  - $p_{ij} = p_j / v_{ij}$
  - př. vektorový počítač počítá vektorové úlohy rychleji než klasické PC

# Multi-operační (*shop*) problémy

- Multi-operační (*shop*) problémy

- jedna úloha je prováděna postupně na několika strojích
  - úloha  $j$  se skládá z několika operací  $(i, j)$
  - operace  $(i, j)$  úlohy  $j$  je prováděna na stroji  $i$  po dobu  $p_{ij}$
  - příklad: úloha  $j$  se 4 operacemi  $(1, j), (2, j), (3, j), (4, j)$



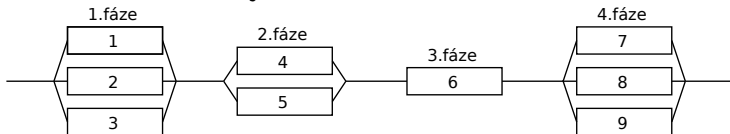
- Multi-operační problémy jsou klasické detailně studované problémy **operačního výzkumu**
- Reálné problémy ale často mnohem komplikovanější
  - využití znalostí o podproblémech nebo zjednodušených problémech a jejich řešících metodách

- *Flow shop Fm*

- multi-operační problém s  $m$  stroji v sérii
- každá úloha musí být prováděna na všech strojích
- úloha musí být prováděna na všech strojích ve stejném pořadí
  - nejdříve se úloha provádí na 1. stroji, pak na 2., ...

- *Flexible flow shop FFs*

- zobecnění *flow shop* problému
- s fází, každé fázi přísluší paralelní stroj
  - příklad: paralelní stroj 1.fáze: 1+2+3, paralelní stroj 2.fáze: 4+5, ...
- tj. multi-operační problém s  $s$  paralelními stroji
- úloha musí projít všemi fázemi ve stejném pořadí
  - nejprve se úloha provádí na paralelním stroji 1. fáze, pak na paralelním stroji 2. fáze, ...
- na paralelním stroji příslušejícím dané fázi může být úloha prováděna na libovolném stroji





- *Job shop  $Jm$*

- multi-operační problém s  $m$  stroji
- pořadí provádění operací pro každou úlohu je předem určeno
  - doba zpracování úlohy na některých strojích může být nulová
- $(i, j) \rightarrow (k, j)$  určuje, že úloha  $j$  má být prováděna na stroji  $i$  dříve než na stroji  $k$   
příklad:  $(2, j) \rightarrow (1, j) \rightarrow (3, j) \rightarrow (4, j)$

- *Open shop  $Om$*

- multi-operační problém s  $m$  stroji
- doba zpracování úlohy na některých strojích může být nulová
- rozvrhovač určí, v jakém pořadí je úloha prováděna na strojích