Rozvrhování montážních systémů

24. dubna 2023

1. Montážní linka s flexibilním časem
2. Montážní linka s fixním časem

Montážní linka

Job shop

- každá úloha má jednoznačnou identitu
- výroba na objednávku, malý objem výroby
- potenciálně komplikovaná cesta systémem
- velmi obtížný problém

Montážní linka
(flexible assembly system)

- limitovaný počet odlišných typů výrobků
- specifikováno vyráběné množství každého typu
- systém pro manipulaci s materiálem
  - startovní čas úlohy je funkcí času dokončení na předchozím stroji
  - limitovaný počet úloh čekajících ve frontě mezi stroji
- masová produkce
- ještě obtížnější problém

Montážní linka s flexibilním časem *(unpaced assembly system)*

- Několik strojů zapojených sériově *(flow system)*
- Flexibilní čas
  - stroj může strávit tolik času na úloze, kolik je třeba
- Blokování
  - následující stroj je plný a úloha na něj nemůže být přesunuta
- Fronty mezi stroji?
  - bez újmy na obecnosti lze uvažovat fronty nulové délky
    - frontu délky n lze simulovat n stroji, na kterých je doba provádění úlohy nulová

  $\Rightarrow$ budeme uvažovat fronty nulové délky
- Limitovaný počet odlišných typů výrobků
- Specifikováno vyráběné množství každého typu
- Cíl: maximalizace výkonu
  - výkon opět definován kritickým strojem

Příklad: výroba kopírek

- Různé typy kopírek montované na jedné lince
- Odlišné modely mají obvykle společný základ
- Odlišnost v rámci komponent
  - automatický podavač ano/ne, rozdílné optiky, ...
- Odlišnost typů vede k odlišným dobám výroby na jednotlivých strojích

Cyklické rozvrhy

- Rozvrhy jsou často cyklické nebo periodické
  - daná množina úloh rozvrhována v určitém pořadí
    - jsou obsaženy všechny typy výrobků
    - některé typy zde mohou být vícekrát
  - druhá identická množina rozvrhována, atd.
- Nevhodné pokud jsou dlouhé nastavovací doby
  - pak se vyplatí dlouhé běhy výrobku jednoho typu
- Praktické pokud nevýznamná nastavovací doba
  - nízké skladovací náklady
  - snadné na implementaci
  - nicméně: acyklický rozvrh může dávat maximální výkon
- V praxi
  - cyklické rozvrhy s malými odchylkami závislými na aktuálních objednávkách

Minimální podílová množina *(minimum part set)*

- Předpokládejme l typů výrobků
- N_k požadovaný počet výrobků typu k
- z největší společný dělitel
- Potom
$$N^* = \left(\frac{N_1}{z}, \ldots, \frac{N_l}{z}\right)$$
je nejmenší množina se „správnými" proporcemi
minimální podílová množina
(MPS, minimum part set)
- Uvažujme úlohy v MPS jako n úloh: $n = \frac{1}{z}\sum_{k=1}^{l} N_k$
    - p_{ij} jako dříve
    - cyklický rozvrh je rozvrh určen seřazením úloh v MPS
    - maximalizace výkonu = minimalizace doby cyklu

Příklad: MPS

- Systém se 4 stroji
- Tři odlišné typy výrobku, které musí být vyráběny ve stejném množství, tj.

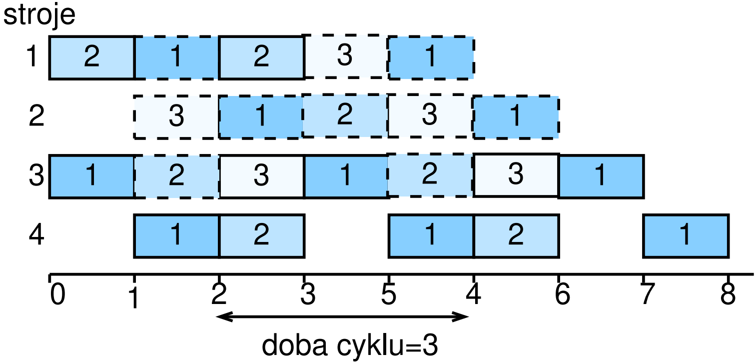
$$N^* = (1, 1, 1)$$

- Doby provádění

Úlohy	1	2	3	
p_{1j}	0	1	0	
p_{2j}	0	0	0	$\leftarrow$ fronta mezi strojem 1 a 3
p_{3j}	1	0	1	
p_{4j}	1	1	0	

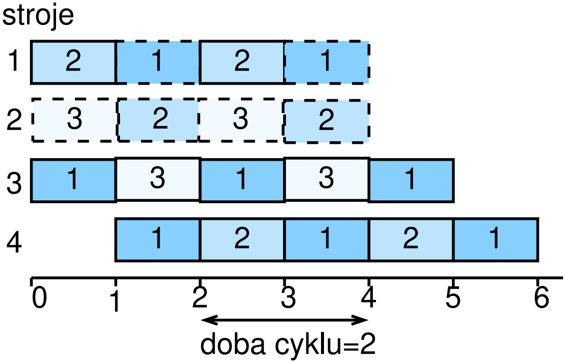
Příklad: posloupnost v MPS 1,2,3

Úlohy	1	2	3
p_{1j}	0	1	0
p_{2j}	0	0	0
p_{3j}	1	0	1
p_{4j}	1	1	0



Příklad: posloupnost v MPS 1,3,2

Úlohy	1	2	3
p_{1j}	0	1	0
p_{2j}	0	0	0
p_{3j}	1	0	1
p_{4j}	1	1	0



Minimalizace doby cyklu

Heuristika padnoucího profilu *(profile fitting heuristic, PF)*

- Vyber první úlohu j_1
  - výběr libovolné úlohy nebo
  - výběr úlohy s nejdelší celkovou dobou provádění
- Úloha generuje profil

$$X_{i,j_1} = \sum_{h=1}^{i} p_{h,j_1}$$

  - předpokládáme, že úloha j_1 poběží bez blokování

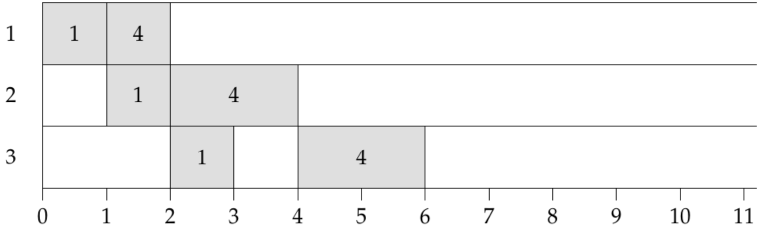
$\Rightarrow$ X_{i,j_1} čas odchodu: čas, kdy úloha j_1 opustí stroj i

PF: určení následující úlohy

Spočítej pro každou možnou úlohu

- dobu, kterou stroje čekají
- dobu, kdy je úloha blokována
- spočítej čas odchodu pro kandidáta na druhou pozici (j_2), např. pro úlohu c (j_1: úloha na první pozici)

$$
\begin{aligned}
X_{1,j_2} &= \max(X_{1,j_1} + p_{1c}, X_{2,j_1}) \\
X_{i,j_2} &= \max(X_{i-1,j_2} + p_{ic}, X_{i+1,j_1}) \quad i = 2, \dots, m-1 \\
X_{m,j_2} &= X_{m-1,j_2} + p_{mc}
\end{aligned}
$$



PF: určení následující úlohy

Spočítej pro každou možnou úlohu

- dobu, kterou stroje čekají
- dobu, kdy je úloha blokována
- spočítej čas odchodu pro kandidáta na druhou pozici (j_2), např. pro úlohu c
$$\begin{aligned} X_{1,j_2} &= \max(X_{1,j_1} + p_{1c}, X_{2,j_1}) \\ X_{i,j_2} &= \max(X_{i-1,j_2} + p_{ic}, X_{i+1,j_1}) \quad i = 2, \ldots, m-1 \\ X_{m,j_2} &= X_{m-1,j_2} + p_{mc} \end{aligned}$$
- neproduktivní doba na stroji i, pokud je c na druhé pozici: $X_{i,j_2} - X_{i,j_1} - p_{ic}$
- celková neproduktivní doba (přes všechny stroje) pro c:
$$\sum_{i=1}^{m} (X_{i,j_2} - X_{i,j_1} - p_{ic})$$
- úloha s nejmenší neproduktivní dobou vybrána na druhou pozici (pro další pozice opakuj totéž) ... myšlenka padnoucího profilu

Diskuse

- PF heuristika se chová v praxi dobře
  - stále platí, že při použití heuristiky PF nehrají roli nastavovací doby
- Zjemnění:
  - neproduktivní doby nejsou stejně špatné
    na všech strojích
  - uvažuj kritický stroj
  - použití vah v součtu

Montážní linka s fixním časem

- Popis modelu
  - transportér, který se posunuje konstantní rychlostí
  - výrobky, které se vyrábí se posunují mezi stroji pevnou rychlostí
  - jednotková doba cyklu:

    určena jako doba mezi dvěma po sobě jdoucími úlohami na lince
  - každý stroj má danou kapacitu a omezení
  - cíl: uspořádat úlohy tak, aby
    - nebyly stroje přetíženy a
    - byla minimalizována cena za nastavení

- Příklad: výroba automobilu
  - rozdílné modely vyráběné na stejné lince
  - auta mají odlišné barvy a vybavení
  - vyráběná auta uspořádána tak, aby byla
    - minimalizována cena za nastavení a
    - stroje na lince byly rovnoměrně vytíženy

Skupiny a distribuce

- Atributy a charakteristiky každé úlohy
  - barva, vybavení, ...
- Cena za změny při výrobě
  - vytváření skupin výrobků,
    které mají vybrané atributy stejné
  - např. barva auta
- Časově náročné operace
  - distribuuj úlohy, které obsahují tyto operace
  - operace omezující kapacitu (index kritičnosti)
    - operace s vyšším indexem jsou kritičtější
  - např. instalace posuvné střechy
    - př. čtyřikrát časově náročnější, 10% aut má posuvnou střechu, tj. index kritičnosti = 4/10
    - sekce linky pro instalaci posuvné střechy musí být vytížena alespoň čtyřikrát méně než sekce pro automobily bez posuvné střechy, jinak nebude dostatek času na instalaci posuvné střechy

Kritéria

- Minimalizace celkové ceny na nastavení
- Splnění termínů dokončení pro výrobky na objednávku
  - celkové nezáporné vážené zpoždění
    - opakování: $T_j = \max(C_j - d_j, 0)$
- Distribuce operací omezujících kapacitu
  - $\psi_i(l)$ značí penalizaci, pokud stroj musí vyrábět dva výrobky, které jsou l pozic od sebe
- Pravidelné tempo spotřeby materiálu

Heuristika seskupování a distribuce *(grouping and spacing)*

1. Urči celkový počet úloh, které mají být rozvrhovány
   - vyšší počet úloh na rozvrhování umožní nižší cenu, ale snadněji dojde k narušení rozvrhu
   - typicky jeden den až týden
2. Seskup úlohy obsahující operace s vysokými cenami za nastavení
3. Uspořádej skupiny podle nastavovacích cen a termínů objednávky
4. Distribuuj úlohy v rámci skupiny tak,

   aby byly brány v úvahu operace omezující kapacitu
   - nejkritičtější operace distribuovány co nejlépe co nejdříve

   a zohledni přitom termíny objednávky

Jednoduchý matematický model

- 1 stroj, n úloh
- Každá úloha: $p_j = 1$, d_j (mohou být nekonečné), w_j, b atributů $a_{j1}, \ldots, a_{jb}$
  - 1. atribut reprezentuje barvu
  - 2. atribut je 1, pokud má úloha posuvnou střechu, jinak je 0
  - ...
- Jestliže úloha j následována úlohou k a $a_{j1} \neq a_{k1}$, pak je nutná cena na nastavení c_{jk}
  - c_{jk} je funkcí a_{j1} a a_{k1}
- Jestliže $a_{j2} = a_{k2} = 1$, pak je nutná penalizace $\psi_2(l)$
  - pokud jsou úlohy j a k od sebe vzdáleny l pozic
- Jestliže je úloha dokončena po termínu dokončení, uvažujeme vážené nezáporné zpoždění
- Cíl: minimalizovat celkovou cenu včetně
  - ceny za nastavení
  - ceny za distribuci
  - ceny za zpoždění

Příklad: heuristika seskupování a distribuce (zadání)

- 1 stroj, 10 úloh, $p_j = 1$
- Atributy úlohy j: a_{j1} a a_{j2}
- Cena za nastavení s využitím a_{j1} pro úlohu j:
  - dvě po sobě jdoucí úlohy mají $a_{j1} \neq a_{k1}$, pak $c_{jk} = |a_{j1} - a_{k1}|$
- $a_{j2} = a_{k2} = 1$ a mezi j a k je $(l-1)$ úloh, pak $\psi_2(l) = \max(3-l, 0)$
  - úlohy těsně po sobě $(0 = l-1)$, pak je penalizace $\max(3-1, 0) = 2$
  - jedna úloha mezi nimi $(1 = l-1)$, pak je penalizace $\max(3-2, 0) = 1$
  - více než jedna úloha mezi nimi (s), pak je penalizace $\max(3-s, 0) = 0$
- Některé úlohy mají konečné termíny dokončení, pokud překročeny, pak $w_j T_j$ brána v úvahu

Úlohy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_{j1}	1	1	1	3	3	3	5	5	5	5
a_{j2}	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
d_j	∞	2	∞	∞	∞	∞	6	∞	∞	∞
w_j	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0

Příklad: heuristika seskupování a distribuce (řešení)

- 3 skupiny dle a_{j1}
- Skupina A: úlohy 1,2,3 skupina B: úlohy 4,5,6
  skupina C: úlohy 7,8,9,10
- Nejlepší pořadí skupin
  vzhledem k ceně za nastavení A, B, C nebo C, B, A
- Ale úloha 7 nebo 2 by nebyla dokončena včas a cena za zpoždění vysoká $\Rightarrow$ výběr pořadí A, C, B
- Úlohy s atributem 2 nutno distribuovat, optimální posloupnosti minimalizující penalizaci ψ_2
  - A: 2,1,3 atributy 1 0 1
  - C: 8,7,9,10 atributy 0 1 0 0
  - B: 5,4,6 atributy 1 0 1
  - cena 3 (první-třetí=1, třetí-pátý=1, osmý-desátý=1)
- Celková cena: 6+3+0=9
  (cena za nastavení+cena za distribuci+cena za zpoždění)

Shrnutí

Montážní linka s flexibilním časem

- př. výroba kopírek
- cyklické rozvrhy
- heuristika padnoucího profilu PF

Montážní linka s fixním časem

- př. výroba automobilů
- heuristika seskupování a distribuce