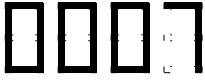


Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

2. [0,5 bodu] Necht $\Sigma = \{a, b, c\}$. Mějme jazyk

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ začíná na } c \implies (\#_a(w) > \#_b(w) \vee 2 \mid \#_a(w))\}.$$

Jazyk L není regulární. Dokažte, že neregularitu jazyka L nelze dokázat pomocí formulace věty o vkládání ze skript. Jinými slovy:

- nalezněte takové n , že
- pro každé $w \in L$ délky alespoň n
- existuje rozdělení $xyz = w$ splňující požadavky $|xy| \leq n$, $y \neq \varepsilon$ a
- pro každé $i \geq 0$ platí: $xy^iz \in L$.

Dokažte, že vámi nalezené n má uvedené vlastnosti.

Zvolme si $n = 2$. Potom pre každé slovo $w \in L$ dĺžky aspoň 2 zvolíme rozdelenie $xyz = w$ splňujúce $x, y, z \in \Sigma^*$, $|xy| \leq n$ a $y \neq \varepsilon$ následovne:

a) Ak w nezačína na c , zvolíme rozdelenie, kde x je prvý znak w , y je druhý znak w a z odpovedá zvyšku slova w .

Keďže $x \neq \varepsilon$ a $x \neq c$, pumpovanie nemá vplyv na prvé písmeno výsledného slova. Pre ľubovoľné $i \geq 0$ teda ani výsledné slovo $w_i = xy^iz$ nezačína na c , teda $w_i \in L$.

b) Ak w začína na c , vhodným rozdelením je $x = \varepsilon$, $y = c$ a pre z platí $w = c \cdot z$.

Označme opäť slovo $xy^iz = c^iz$ ako w_i . Pre ľubovoľné $i \geq 0$ platí $\#_a(w) = \#_a(w_i)$ a zároveň $\#_b(w) = \#_b(w_i)$, pumpovaním totiž meníme iba počet c . Nehľadiac na to, či c pridáme alebo uberieme, bude w_i patriť do L , pretože zostane splnená podmienka na pravej strane implikácie.

Z predchádzajúcich bodov je zrejmé, že nami zvolené n má požadované vlastnosti, teda že pre každé slovo $w \in L$ dĺžky aspoň n existujú slová $x, y, z \in \Sigma^*$ také, že $xyz = w$, $|xy| \leq n$, $y \neq \varepsilon$ a pre každé $i \geq 0$ platí $xy^iz \in L$. Teda, neregularitu L nie je možné dokázať pomocou vety o vkladaní.