

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

**2. [0,5 bodu]** Mějme opět trpaslíčka pracujícího v dole z úlohy 0801. Trpaslíček má krumpáč, kterým těží rudu. Přijíždí za ním vozíčky, které on plní rudou a plné je posílá pryč. Naneštěstí se mu krumpáč může rozbít.

Tentokrát se rozbilo i celé krumpáčové potrubí. Trpaslíček tedy musí rozbitý krumpáč posílat ve vozíčku do skladu krumpáčů. Když trpaslíčkům ve skladu s krumpáči přijede rozbitý krumpáč, pošlou další vozíček s novým krumpáčem. Od chvíle, kdy se trpaslíčkovi krumpáč rozbije, do chvíle, kdy dostane nový, nemůže odesílat vozíčky kromě vozíčku s krumpáčem. Trpaslíček je také svědomitý a na konci každé směny chce mít všechny vozíčky, které přijely, zase odeslané a krumpáč v pořádku.

Zkonstruuje zásobníkový automat (PDA) pro jazyk, který popisuje možné posloupnosti akcí, které se trpaslíčkovi stanou za jeden pracovní den.

Stát se můžou následující akce: příjezd vozíčku ( $p$ ), odjezd vozíčku ( $o$ ), rozbítí krumpáče ( $b$ ), odjezd vozíčku s rozbitým krumpáčem ( $or$ ) a příjezd vozíčku s novým krumpáčem ( $pn$ ). Pozor, akce  $or$  a  $pn$  se skládají se dvou symbolů. Popisovaný jazyk  $L$  je tedy nad abecedou  $\Sigma = \{p, o, b, r, n\}$ .

Dále musí platit:

- V žádnou chvíli nemůže odjet víc vozíčků, než kolik jich přijelo (pro každý prefix  $u \in \Sigma^*$  nějakého slova z  $L$  platí  $\#_p(u) \geq \#_o(u)$ ).
- Na konci všechny vozíčky, které přijely, taky odjely (pro každé  $w \in L$  platí  $\#_p(w) = \#_o(w)$ ).
- Rozbít se může jen funkční krumpáč. Trpaslíček odešle rozbitý krumpáč poté, co se mu rozbil. Nový krumpáč dostane až poté, co odešle rozbitý. Jiné posloupnosti těchto akcí nemůžou nastat. Na začátku i na konci má trpaslíček k dispozici funkční krumpáč. (Pro libovolné  $w \in L$  uvažme slovo  $w_{brn}$ , které vznikne z  $w$  vynecháním  $p$  a  $o$ . Platí  $w_{brn} \in \{brn\}^*$ .)
- Dokud má trpaslíček rozbitý krumpáč, vozíčky můžou přijíždět, ale může odjet pouze vozíček s rozbitým krumpáčem (mezi libovolným výskytem  $b$  a k němu příslušejícím výskytem  $n$  může být pouze jeden výskyt  $o$ , konkrétně  $or$ , můžou mezi nimi však být  $p$ ).
- Rozbitý krumpáč může trpaslíček reportovat pouze odesláním vozíčku s rozbitým krumpáčem. Nový krumpáč může dostat pouze v přicházejícím vozíčku. (Těsně před každým  $r$  je znak  $o$  a těsně před každým  $n$  je znak  $p$ .)

Jazyk  $L$  popisuje všechny možné sekvence akcí, které se během trpaslíčkova pracovního dne mohou stát. Tedy právě ty sekvence, které splňují výše popsané podmínky. V každém slově je vlevo nejstarší a vpravo nejnovější akce.

Příklady slov patřících do jazyka  $L$ :

- $\varepsilon$
- $ppoopo$
- $pborpno$
- $bporppnoo$
- $bporpnbporpnoo$
- $pbporpnoobporpno$

Příklady slov nepatřících do jazyka  $L$ :

- $ppo$
- $poop$
- $brn$
- $ppboropno$
- $pobororpnpnoo$
- $porpno$

Uveďte zásobníkový automat, který rozpoznává jazyk  $L$ . Výsledný zásobníkový automat *nesmí* být rozšířený.

Definujme PDA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \perp, \{q_f\})$ , kde  $Q = \{q_0, q_b, q_{b'}, q_r, q_{r'}, q_f\}$  a  $\Gamma = \{P, \perp\}$ , který akceptuje koncovým stavem.

Prechodovou funkci  $\delta$  popíšeme následovně. V stave  $q_0$  nejprv načítavame slovo zo vstupu a pri prečítaní  $p$  si dáme na zásobník  $P$ . (Prišiel vozíček).

Oblast strojově snímaných informací, nezasahujte. **Druhá strana se neskenuje.**

Jméno:

UČO:

0007

líst

2

učo

body

0

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

$$\delta(q_0, p, X) = \{(q_0, PX)\}, \forall X \in \Gamma$$

Pri prečítaní  $o$  odstránime zo zásobníku  $P$ . (Vozíček odišiel.)

$$\delta(q_0, o, P) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

Pri prečítaní  $b$  prejdeme do stavu  $q_b$ . (Krompáč sa rozbil.)

$$\delta(q_0, b, X) = \{(q_b, X)\}, \forall X \in \Gamma$$

Aj v stave  $q_b$  si pri prečítaní  $p$  dáme na zásobník  $P$ . (Vozíček môže prísť aj keď je krompáč práve rozbitý.)

$$\delta(q_b, p, X) = \{(q_b, PX)\}, \forall X \in \Gamma$$

Ak v stave  $q_b$  prečítame  $o$ , odstránime z vrchu zásobníku  $P$  a prejdeme do pomocného stavu  $q_{b'}$ . (Ak odíde vozíček, musí za ním nasledovať rozbitý krompáč. Z vrchu zásobníku teda odstránime jeden vozíček a prejdeme do stavu, kde budeme očakávať odoslanie krompáča.)

$$\delta(q_b, o, P) = \{(q_{b'}, \varepsilon)\}$$

V stave  $q_{b'}$  prečítame  $r$  prejdeme do ďalšieho stavu  $q_r$ , vrchol zásobníka nemeníme. (V odoslanom vozíčku bol naozaj rozbitý krompáč, ďalej čakáme na vozíček a nový krompáč.)

$$\delta(q_{b'}, r, X) = \{(q_r, X)\}, \forall X \in \Gamma$$

V stave  $q_r$  po prečítaní  $p$  dáme na zásobník  $P$ . Zároveň nedeterministicky uhádneme, či máme prejsť do pomocného stavu  $q_{r'}$ , alebo zostaneme v súčasnom  $q_r$ . (Čakáme na vozíček s novým krompáčom, nedeterministicky uhádneme, či za ďalším prichádzajúcim vozíčkom budeme očakávať nový krompáč.)

$$\delta(q_r, p, X) = \{(q_r, PX), (q_{r'}, PX)\}, \forall X \in \Gamma$$

Po prečítaní  $n$  v stave  $q_{r'}$  prejdeme do počiatočného stavu  $q_0$ . V tomto stave určite musí byť na vrchu zásobníka znak  $P$ , preto prechod stačí definovať nasledovne. (Prišiel nám nový krompáč, trpaslíček môže pokračovať v bežnej činnosti.)

$$\delta(q_{r'}, n, P) = \{(q_0, P)\}$$

Na záver nedeterministicky uhádneme, že nechceme nič prečítať a prejdeme do koncového stavu. Použijeme pri tom známy trik so symbolom pre dno zásobníka. (Kontrola, že všetky vozíčky boli odoslané.)

$$\delta(q_0, \varepsilon, \perp) = \{(q_f, \perp)\}$$

Definovali sme zásobníkový automat  $\mathcal{A}$ , ktorý rozpoznáva jazyk  $L$ . Tým sme dokázali, že jazyk  $L$  je bezkontextový.