

Jméno:

UČO:



líst

učo

body

Oblast strojově snímaných informací. Svě učo a číslo lístu vyplňte zleva dle vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. [0,5 bodu] Necht' L je libovolný jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Mějme operaci $\overleftrightarrow{\leftarrow} : 2^{\Sigma^*} \rightarrow 2^{\Sigma'^*}$, kde $\Sigma' = \left\{ \frac{x}{y} \mid x, y \in \Sigma \right\}$, takovou, že jazyk

$$\overleftrightarrow{\leftarrow}(L) = \left\{ \frac{w}{v} \mid w \in L, v \in L^R, |w| = |v| \right\} \subseteq \Sigma'^*$$

obsahuje právě pro každou dvojici stejně dlouhých slov $u \in L$ a $v \in L^R$ modifikované slovo w , které vznikne umístěním u nad v .

Například tedy:

$$\begin{aligned} \overleftrightarrow{\leftarrow}(\{a, b, c\}) &= \left\{ \frac{a}{a}, \frac{a}{b}, \frac{a}{c}, \frac{b}{a}, \frac{b}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}, \frac{c}{b}, \frac{c}{c} \right\} \\ \overleftrightarrow{\leftarrow}(\{ab, ba, abc\}) &= \left\{ \frac{ab}{ab}, \frac{ab}{ba}, \frac{ba}{ab}, \frac{ba}{ba}, \frac{abc}{cba} \right\} \\ \overleftrightarrow{\leftarrow}(\emptyset) &= \emptyset \\ \overleftrightarrow{\leftarrow}(\{\varepsilon\}) &= \{\varepsilon\} \\ \overleftrightarrow{\leftarrow}(\Sigma^*) &= \Sigma'^* \end{aligned}$$

Vášim úkolem je rozhodnout, zda pro každý regulární jazyk L je jazyk $\overleftrightarrow{\leftarrow}(L)$ taktéž regulární. Tedy zda je třída regulárních jazyků uzavřená na operaci $\overleftrightarrow{\leftarrow}$. Uveďte své rozhodnutí a odpověď dokažte, a to tak, že:

- Pokud rozhodnete, že třída regulárních jazyků není uzavřená na operaci $\overleftrightarrow{\leftarrow}$, najděte regulární jazyk L takový, že jazyk $\overleftrightarrow{\leftarrow}(L)$ regulární není. Neregularitu jazyka $\overleftrightarrow{\leftarrow}(L)$ dokažte buď odvoláním se na známé neregulární jazyky, pomocí obměny lemmatu o vkládání (Pumping lemma), nebo použitím Myhillovy-Nerodovy věty.
- Pokud rozhodnete, že je, dokažte tvrzení buď pomocí známých uzávěrových vlastností třídy regulárních jazyků prezentovaných na přednášce, nebo konstruktivně popsáním algoritmu na transformaci nějakého formalizmu pro popis regulárních jazyků (například transformací automatu pro jazyk L na automat pro jazyk $\overleftrightarrow{\leftarrow}(L)$). Správnost svého algoritmu nemusíte dokazovat.

Poznámka: Pokud píšete řešení v TeXu , před odevzdáním prosím odmažte zadání.