

9. cvičení z MB141 – afinní geometrie, jaro 2023

Příklad 1. Napište nejdříve parametrický a potom implicitní popis nejmenšího afinního podprostoru v \mathcal{A}_3 , který obsahuje body

$$A = [5, 2, 1], \quad B = [4, 1, 0], \quad C = [-3, 1, 0].$$

Příklad 2. Najděte průnik rovin \mathcal{M} a \mathcal{N} v \mathcal{A}_3 :

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &: [2, 3, 4] + a(1, 1, 1) + b(0, 0, 1) \\ \mathcal{N} &: [2, 2, 4] + c(1, 0, 1) + d(2, 0, 1).\end{aligned}$$

Příklad 3. V \mathcal{A}_3 určete vzájemnou polohu přímky p a roviny ρ .

$$\begin{aligned}p &: 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \quad 5x_1 - x_2 = 3, \\ \rho &: [-3, 0, 0] + a(3, 1, 2) + b(5, -1, 0).\end{aligned}$$

Příklad 4. V \mathcal{A}_3 určete vzájemnou polohu roviny

$$\rho : [3, -1, 0] + s(-1, 1, 1) + t(2, 1, 0)$$

a přímek p , q a r , které mají parametrická vyjádření

$$\begin{aligned}\text{a) } p &: [7, 4, 2] + a(5, -2, -3), \\ \text{b) } q &: [1, 2, 3] + b(1, 5, 3) \\ \text{c) } r &: [1, 2, 3] + c(1, 1, 1).\end{aligned}$$

Příklad 5. Určete příčku mimoběžek

$$\begin{aligned}p &: [1, 2, 0] + a \cdot (1, -1, 1) \\ q &: [0, 9, -2] + b \cdot (1, 0, 0),\end{aligned}$$

takovou, že přímka jí určená prochází bodem $[7, 9, -5]$.

Příklad 6. Osa dvou mimoběžných přímek p a q v afinním prostoru \mathcal{A}_3 je přímka, která obě přímky protíná a je na ně kolmá. Najděte osu mimoběžek

$$p : [1, 2, 3] + a(1, 2, -1), \quad q : [2, -3, 4] + b(2, -1, -2)$$

a body $P \in p$ a $Q \in q$, ve kterých tyto přímky protíná.

Další úlohy na procvičování

Příklad 1. Najděte parametrický a obecný popis roviny v \mathcal{A}_3 , která prochází body $A = [1, 0, 1]$, $B = [0, 1, 0]$ a $C = [1, 2, 3]$.

Příklad. 2. V prostoru \mathcal{A}_3 jsou dány tři body $A = [1, 2, 3]$, $B = [2, 3, 1]$ a $C = [0, 1, 2]$, které generují afinní podprostor \mathcal{M} . Dále \mathcal{N} je afinní podprostor zadaný implicitně

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= 7 \\x_2 + x_3 &= 2.\end{aligned}$$

Určete afinní podprostory $\mathcal{M} \cap \mathcal{N}$ a $\mathcal{M} \sqcup \mathcal{N}$.

Příklad. 3. Necht' v prostoru \mathcal{A}_3 je podprostor \mathcal{M} zadaný implicitně

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 5 \\x_2 - 2x_3 &= 0.\end{aligned}$$

Určete vzájemnou polohu podprostoru \mathcal{M} a přímky p dané takto:

- a) $p : [4, 0, 3] + t \cdot (1, -1, 1)$,
- b) $p : [1, 1, 1] + t \cdot (1, 1, 0)$,
- c) $p : [1, 1, 1] + t \cdot (1, -1, 0)$.

Příklad. 4. Určete příčku mimoběžek

$$\begin{aligned}p &: [3, 0, 3] + t \cdot (0, 1, 2) \\q &: [0, -1, -2] + s \cdot (1, 2, 3),\end{aligned}$$

která je rovnoběžná s vektorem $v = (1, -2, 1)$.