

# Hasseovské diagramy

Jan Paseka

Masarykova univerzita Brno

# Grafické znázornění I

Uspořádanou množinu  $(A, \leq)$  můžeme (zejména, je – li množina  $A$  konečná) znázorňovat graficky.

# Grafické znázornění I

Uspořádanou množinu  $(A, \leq)$  můžeme (zejména, je-li množina  $A$  konečná) znázorňovat graficky.

Postupujeme přitom následujícím způsobem:

# Grafické znázornění I

Uspořádanou množinu  $(A, \leq)$  můžeme (zejména, je-li množina  $A$  konečná) znázorňovat graficky.

Postupujeme přitom následujícím způsobem:

1. Prvky množiny  $A$  znázorníme jako body v rovině.

# Grafické znázornění I

Uspořádanou množinu  $(A, \leq)$  můžeme (zejména, je – li množina  $A$  konečná) znázorňovat graficky.

Postupujeme přitom následujícím způsobem:

1. Prvky množiny  $A$  znázorníme jako body v rovině.
2. Je – li  $x < y$  pak bod  $x$  nakreslíme níže než bod  $y$ .

# Grafické znázornění I

Uspořádanou množinu  $(A, \leq)$  můžeme (zejména, je-li množina  $A$  konečná) znázorňovat graficky.

Postupujeme přitom následujícím způsobem:

1. Prvky množiny  $A$  znázorníme jako body v rovině.
2. Je-li  $x < y$  pak bod  $x$  nakreslíme níže než bod  $y$ .
3. Dva body  $x, y$  spojíme úsečkou právě tehdy, když  $x < y$  a neexistuje žádný bod "mezi nimi", tzn. neexistuje  $k \in A$  tak, že  $x < k \wedge k < y$ .

# Grafické znázornění II

Výsledný graf se pak nazývá **hasseovský diagram** uspořádané množiny  $(A, \leq)$ .

# Grafické znázornění II

Výsledný graf se pak nazývá **hasseovský diagram** uspořádané množiny  $(A, \leq)$ .

Jedná se o zjednodušený uzlový graf relace  $\leq$ .



# Grafické znázornění II

Výsledný graf se pak nazývá **hasseovský diagram** uspořádané množiny  $(A, \leq)$ .

Jedná se o zjednodušený uzlový graf relace  $\leq$ .

- Jsou vynechány šipky, které by měly být u každého bodu.

# Grafické znázornění II

Výsledný graf se pak nazývá **hasseovský diagram** uspořádané množiny  $(A, \leq)$ .

Jedná se o zjednodušený uzlový graf relace  $\leq$ .

- Jsou vynechány šipky, které by měly být u každého bodu.
- Je vynechána orientace šipek, která je nahrazena umístěním bodu "níže" či "výše".

# Grafické znázornění II

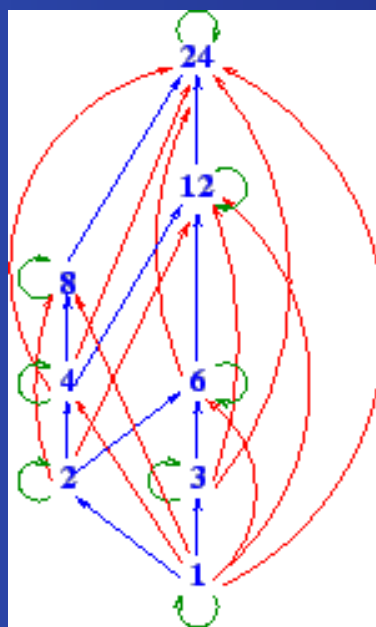
Výsledný graf se pak nazývá **hasseovský diagram** uspořádané množiny  $(A, \leq)$ .

Jedná se o zjednodušený uzlový graf relace  $\leq$ .

- Jsou vynechány šipky, které by měly být u každého bodu.
- Je vynechána orientace šipek, která je nahrazena umístěním bodu "níže" či "výše".
- Jsou vynechány "zbytečné" šipky, jejichž existence plyne z tranzitivnosti relace  $\leq$ .

# Příklad konstrukce diagramu I

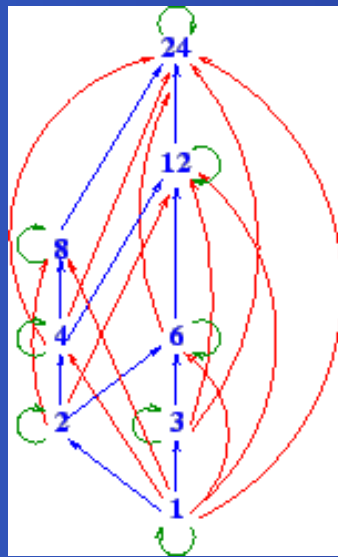
**Příklad H 1.** Uvažme uzlový graf uspořádané množiny  $\mathcal{D}_{24}$ . Ten je znázorněn na obrázku a).



Obrázek a)

# Příklad konstrukce diagramu II

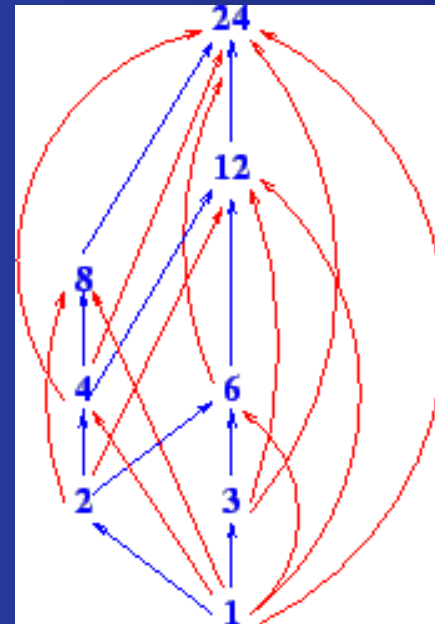
**Příklad H 1.** Protože relace uspořádání je reflexivní, můžeme po vypuštění zelených smyček obdržet graf na obrázku b).



Obrázek a)

# Příklad konstrukce diagramu II

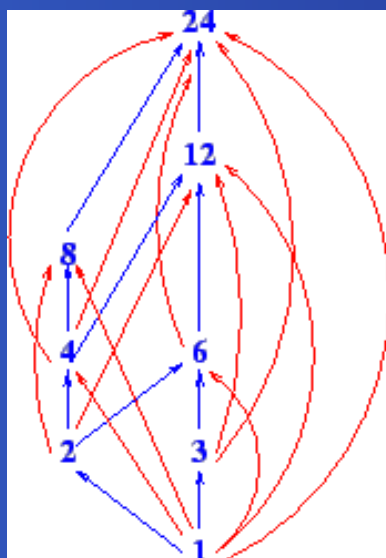
**Příklad H 1.** Protože relace uspořádání je reflexivní, můžeme po vypuštění zelených smyček obdržet graf na obrázku b).



Obrázek b)

# Příklad konstrukce diagramu III

**Příklad H 1.** Obrázek b) je stále komplikovaný, obsahuje nadbytečné červené šipky, tj. vzniklé jako důsledek tranzitivity.



Obrázek b)

# Příklad konstrukce diagramu III

**Příklad H 1.** Obrázek b) je stále komplikovaný, obsahuje nadbytečné červené šipky, tj. vzniklé jako důsledek tranzitivity. Po jejich smazání máme obrázek c).



Obrázek c)



# Příklady hasseovských diagramů I

**Příklad H 2.** Necht'  $A = \{a, b, c\}$ ; potom je  $2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$ .

Hasseovský diagram uspořádané množiny  $(2^A, \subseteq)$  je znázorněn na obrázku a).

Část hasseovského diagramu uspořádané množiny  $(\mathbb{N}, |)$  je znázorněna na obrázku b).

Část hasseovského diagramu uspořádané množiny  $(\mathbb{N}, \leq)$  je znázorněna na obrázku c).

# Příklady hasseovských diagramů I

**Příklad H 2.** Necht'  $A = \{a, b, c\}$ ; potom je  $2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$ .

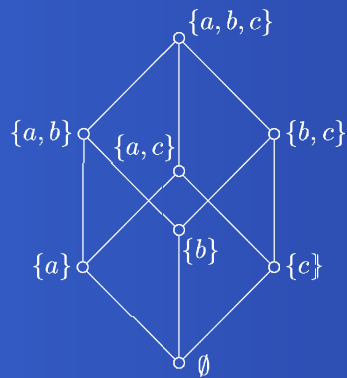
Hasseovský diagram uspořádané množiny  $(2^A, \subseteq)$  je znázorněn na obrázku a).

Část hasseovského diagramu uspořádané množiny  $(\mathbb{N}, |)$  je znázorněna na obrázku b).

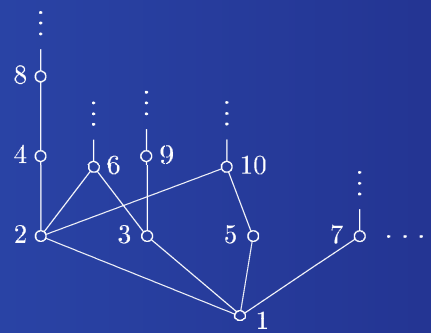
Část hasseovského diagramu uspořádané množiny  $(\mathbb{N}, \leq)$  je znázorněna na obrázku c).

# Příklady hasseovských diagramů II

## Příklad H 2. Hasseovské diagramy



a)



b)



c)