

IB000 Úvod do informatiky — příklady na procvičení

Sada 2 — Zadání

Téma

Důkaz vět typu „tehdy a jen tehdy“. Množiny, vztahy mezi množinami, operace nad množinami.

Příklad 1.

Rozhodněte, zda 1 patří do množiny (\mathbb{R} značí množinu reálných čísel, \mathbb{Z} značí množinu celých čísel)

- a) $\{1, 2, \{1\}\}$
- b) $\{\{1\}, \{\{1\}\}\}$
- c) $\{\{1, 2\}, \{1, \{1\}\}\}$
- d) $\{\{\{1\}\}\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ je celé číslo větší než } 1\}$
- f) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \text{ je třetí mocninou přirozeného čísla}\}$
- g) $\{3z + 7 \mid z \in \mathbb{Z}\}$

Příklad 2.

V termínech dělitelnosti charakterizujte prvky množiny

- a) $\{3n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
- b) $\{4n + 2 \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

Příklad 3.

Výčtem prvků popište následující množiny (tj. vypište všechny jejich prvky):

- a) $A = 2^{\{a\}}$
- b) $B = 2^{\{a, \{a\}\}}$
- c) $C = 2^{\{a, b, c\}}$
- d) $D = 2^{\{a, \{b, c\}\}}$
- e) $E = 2^{\emptyset}$
- f) $F = 2^{\{\emptyset\}}$
- g) $G = 2^{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}}$

Příklad 4.

Co můžete říct o množinách A a B , když víte, že platí následující vztahy? Svá tvrzení dokažte. (Nápověda: použijte relace \subseteq a $=$ mezi množinami, případně jiné operace nad množinami a prázdnou množinu.)

- a) $A \cap B = A$
- b) $A \cup B = A$
- c) $A \setminus B = A$
- d) $A \setminus B = \emptyset$

Příklad 5.

Mějme množiny A a B , $A \subseteq M$ a $B \subseteq M$ pro nějakou množinu M . Ukažte, že $A \subseteq B$ platí právě tehdy, když $\overline{B} \subseteq \overline{A}$.

Příklad 6.

Dokažte, že platí

$$\{2z + 1 \mid z \in \mathbb{Z}\} = \{2z - 1 \mid z \in \mathbb{Z}\}$$

kde \mathbb{Z} značí množinu všech celých čísel.

Příklad 7.

Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$ platí

$$\overline{\bigcup_{i=1}^n A_i} = \bigcap_{i=1}^n \overline{A_i}$$

kde A_i , $i = 1, \dots, n$ jsou libovolné množiny.

Nápověda: všimněte si podobnosti s příkladem 5 první sady.