Zkoušková písemka z předmětu „Úvod do informatiky“, 19.1. 2005, varianta A.

Příklady 1–8 (160 bodů celkem) **Jméno:**
Souřadnice:

Řešení každého příkladu napište (pouze) na ten papír, na kterém je jeho zadání. Každý papír musí být podepsaný (!!!).

Každý musí vypracovat své řešení ***zcela samostatně****. Pište* ***krátce, jasně a čitelně****. Špatně čitelná řešení* ***nebudou opravena*** *a budou ohodnocena* 0 *body. Počty bodů za jednotlivé příklady a výsledek zkoušky Vám budou zaslány elektronickou poštou.*

Příklad 1: Rozhodněte, zda následující tvrzení platí a svou odpověď dokažte: Jestliže $f : A \to B$ a $g : C \to D$ jsou injektivní funkce, pak je injektivní také funkce $h : A \times C \to B \times D$ daná předpisem $h(a, c) = (f(a), g(c))$.

Příklad 2: Uveďte příklad uspořádaných množin $(A, \leq_A)$ a $(B, \leq_B)$ takových, že $A \neq \emptyset \neq B$ a uspořádání na $A \times B$ po složkách je lineární.

Příklad 3: Buď R relace dělitelnosti na množině $\mathbb{N}$ přirozených čísel (tj. $(x, y) \in R$ právě když x dělí y). Uveďte relaci, která je jádrem R.

Příklad 4: Uvažme uspořádané množiny $(A, \leq_A)$, $(B, \leq_B)$, kde $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x, y\}$, $\leq_A = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (c, d)\}$, $\leq_B = \{(x, x), (y, y), (x, y)\}$. Nakreslete Hasseovský diagram množiny $(A \times B, \sqsubseteq)$, kde $\sqsubseteq$ je uspořádání po složkách.

Příklady 1–8 (160 bodů celkem)

Jméno:
Souřadnice:

Příklad 5: Napište takovou deklaraci (program) v deklarativním jazyce z přednášky tak, aby pro každé $n, m \in \mathbb{N}_0$ platilo $g(\mathbf{n}, \mathbf{m}) \mapsto^* \mathbf{z}$, kde $z = 2^{m+n}$.

Příklad 6: Vypište všechny relace na množině $\{a, b\}$, které jsou současně symetrické a antisymetrické, ale nikoliv reflexivní.

Příklad 7: Dokažte, že pro každé formule φ, ψ výrokové logiky platí, že formule $\varphi \Rightarrow (\psi \Rightarrow \varphi)$ je výroková tautologie.

Příklad 8: Nechť $M = \{a, b, c, d, e\}$. Nakreslete graf relace, která je reflexivním, symetrickým a tranzitivním uzávěrem relace $\{(a, b), (a, d), (c, b), (c, e)\}$.

Zkoušková písemka z předmětu „Úvod do informatiky“, 19.1. 2005, varianta A.

Příklad 2 (150 bodů) **Jméno:**
Souřadnice:

Zadání: Uvažme deklaraci obsahující rovnici

$$g(x, y) \quad = \quad \textbf{if } x \textbf{ then } g(x-1, y) \textbf{ else } (\textbf{if } y \textbf{ then } g(x, y-1) \textbf{ else } \mathbf{0})$$

Dokažte, že pro každé $m, n \in \mathbb{N}_0$ platí $g(\mathbf{m}, \mathbf{n}) \mapsto^* \mathbf{0}$.