Zkoušková písemka z předmětu „Úvod do informatiky“, 27.1. 2005, varianta A.

Příklady 1–8 (160 bodů celkem) **Jméno:**

Souřadnice:

Řešení každého příkladu napište (pouze) na ten papír, na kterém je jeho zadání. Každý papír musí být podepsaný (!!!).

*Každý musí vypracovat své řešení **zcela samostatně**. Pište **krátce, jasně a čitelně**. Špatně čitelná řešení **nebudou opravena** a budou ohodnocena 0 body. Počty bodů za jednotlivé příklady a výsledek zkoušky Vám budou zaslány elektronickou poštou.*

Příklad 1: Dokažte, že jestliže $f : A \to B$ a $g : B \to A$ jsou funkce takové, že $(g \circ f)(a) = a$ pro každé $a \in A$, pak funkce f je injektivní.

Příklad 2: Nechť $M = \{a, b, c, d\}$ a nechť $N = \{X, Y, Z\}$ je (nějaký) rozklad na M. Nakreslete Hasseovský diagram uspořádané množiny $(N, \subseteq)$.

Příklad 3: Uvažme relaci $R = \{(i, 3+i) \mid i \in \mathbb{N}_0\}$ na množině $\mathbb{N}_0$ nezáporných celých čísel. Zapište (jako množinu) relaci S, která je reflexivním, symetrickým a tranzitivním uzávěrem relace R.

Příklad 4: Uvažme uspořádané množiny $(A, \leq_A)$, $(B, \leq_B)$, kde $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x, y\}$, $\leq_A = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (c, d)\}$, $\leq_B = \{(x, x), (y, y), (x, y)\}$. Nakreslete Hasseovský diagram množiny $(A \times B, \sqsubseteq)$, kde $\sqsubseteq$ je lexikografické uspořádání.

Příklady 1–8 (160 bodů celkem) **Jméno:**
Souřadnice:

Příklad 5: Napište formuli φ výrokové logiky pro kterou platí, že formule $\varphi \Rightarrow \psi$ je tautologií pro *každou* formuli ψ výrokové logiky.

Příklad 6: Zapište (jako relace) všechna předuspořádání na množině $\{a, b\}$.

Příklad 7: Uvažme uspořádanou množinu $(\mathbb{Q}, \leq)$, kde $\mathbb{Q}$ je množina racionálních čísel a $\leq$ „obvyklé“ uspořádání na $\mathbb{Q}$ (tj. uspořádání „podle velikosti“). Dokažte, že pro libovolné $x \in \mathbb{Q}$ neexistuje žádné $y \in \mathbb{Q}$ takové, že y pokrývá x.

Příklad 8: Zapište (jako relace) všechny parciální funkce z množiny $\emptyset^\emptyset$ do množiny $\emptyset^\emptyset$.

Zkoušková písemka z předmětu „Úvod do informatiky“, 27.1. 2005, varianta A.

Příklad 2 (150 bodů)

Jméno:
Souřadnice:

Zadání: Uvažme deklaraci obsahující rovnice

$$\begin{aligned} f(x) &= \textbf{if } x \textbf{ then } f(x - \mathbf{1}) + h(x - \mathbf{1}) \textbf{ else } \mathbf{0} \\ h(x) &= \textbf{if } x \textbf{ then } h(x - \mathbf{1}) + f(x) \textbf{ else } \mathbf{0} \end{aligned}$$

Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}_0$ platí $h(\mathbf{n}) \mapsto^* \mathbf{0}$.