

Příklad 1. Ze sáčku s pěti bílými a třemi černými koulemi vytahujeme koule po jedné, bez vracení. Jaká je pravděpodobnost, že pátá vytažená koule bude černá?

Řešení. Tato pravděpodobnost je

$$\frac{3}{8}.$$

□

Příklad 2. Najděte vlastní čísla a vlastní vektory následující matice

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

Řešení. Vlastní hodnota 3, násobnost 2, podprostor vlastních vektorů $\langle (1, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$, vlastní hodnota 0, podprostor vlastních vektorů $\langle -2, 1, 1 \rangle$. □

Příklad 3. Určete vzdálenost dvou protějších hran pravidelného čtyřstěnu o hraně a .

Řešení. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. □

Příklad 4. Určete posloupnost $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, která vyhovuje diferenční rovnici

$$x_{n+1} = x_n + n^2 + n + 1, \quad n \geq 1, \quad x_1 = 2.$$

Řešení.

$$x_n = \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} + \frac{n(n-1)}{2} + n + 1.$$

□

Příklad 5.

- Definujte bázi a dimenzi vektorového prostoru.
- Definujte relaci uspořádání a udejte příklad relace uspořádání na množině $\{a, b, c, d\}$.
- Definujte vektorový součin.