STATISTIKA II.

Lenka Přibylová, KAM PřF MU Brno

Způsob bodování: Odpovíte-li správně, přičte se vám bodová hodnota otázky k celkovému bodovému zisku. Odpovíte-li špatně, bodová hodnota se odečte!

Instrukce: Odpovídejte na otázky v libovolném pořadí.

Upozornění: Použijte Acrobat Reader 4.0 nebo vyšší.

Začátek: Přejděte na následující stranu.

Vlastnosti rozložení	Číselné charakteristiky	Bodové odhady	Intervalové odhady
100	100	100	100
200	200	200	200
300	300	300	300
400	400	400	400
500	500	500	500

Vlastnosti rozložení

Otázka za 100 bodů: Distribuční funkce je vždy

(a) spojitá

(b) nespojitá

(c) zprava spojitá

(d) zleva spojitá

(e) diferencovatelná

Vlastnosti rozložení

Otázka za 200 bodů: Hustota rovnoměrného spojitého rozložení není

(a) spojitá na svém nosiči

(b) konstantní

(c) konstantní na svém nosiči

(d) integrovatelná

Vlastnosti rozložení

Otázka za 300 bodů: Funkce $y = ax^2$ může být hustotou na nosiči $(0, 1)$ pro parametr

(a) $a = 3$

(b) $a = \frac{1}{3}$

(c) $a = 2$

(d) $a = \frac{1}{2}$

(e) nemůže být hustotou pro žádný parametr

Vlastnosti rozložení

Otázka za 400 bodů: Vyberte z následujících rozložení to, které není exponenciální třídy:

(a) exponenciální rozložení

(b) Gaussovo normální rozložení

(c) geometrické rozložení

(d) rovnoměrně spojité rozložení

(e) všechna uvedená jsou exponenciální třídy

Vlastnosti rozložení

Otázka za 500 bodů: Funkce $\dfrac{2\operatorname{arctg} x + \pi}{2\pi}$ nemůže

(a) být distribuční funkcí se symetrickou hustotou

(b) být distribuční funkcí rozložení exponenciální třídy

(c) být distribuční funkcí s hustotou $\dfrac{1}{\pi(x^2+1)}$

(d) být distribuční funkcí

Číselné charakteristiky

Otázka za 100 bodů: Střední hodnota diskrétního jednorozměrného rozložení s pravděpodobnostní funkcí $p(x)$ na nosiči M se definuje jako

(a) $\displaystyle\int_M p(x)\,\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\sum_M p(x)$

(c) $\displaystyle\int_M xp(x)\,\mathrm{d}x$

(d) $\displaystyle\sum_M xp(x)$

(e) $\displaystyle\int_{-\infty}^{x} p(t)\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}x$

(f) $\displaystyle\sum_{-\infty}^{x} p(t)$

Číselné charakteristiky

Otázka za 200 bodů: Vyberte pravdivé tvrzení:

(a) Střední hodnota a medián mají vždy stejnou hodnotu.

(b) Střední hodnota a medián nemohou být stejné.

(c) Střední hodnota a medián nabývají stejné hodnoty např. pro $X \sim Rs(a, b)$ (rovnoměrně spojité rozložení).

(d) Střední hodnotu a medián nelze porovnávat.

Číselné charakteristiky

Otázka za 300 bodů: Nechť X a Y jsou nezávislé náhodné veličiny, $E(X) = \mu_1$ a $E(Y) = \mu_2$ jejich střední hodnoty. Pak pro střední hodnotu součinu $X \cdot Y$:

(a) $E(X \cdot Y) = \mu_1 \mu_2$

(b) $E(X \cdot Y) = \dfrac{\mu_1 + \mu_2}{2}$

(c) $E(X \cdot Y) = \dfrac{\mu_1 \mu_2}{2}$

(d) neplatí žádné z předchozího, $E(X \cdot Y)$ závisí na typu rozložení X a Y

Číselné charakteristiky

Otázka za 400 bodů: Buď náhodný výběr $X_1, X_2, \dots X_n \sim Alt(p)$. Pak pro rozptyl výběrového průměru platí:

(a) $D(\overline{X}) = p(1-p)$

(b) $D(\overline{X}) = np(1-p)$

(c) $D(\overline{X}) = \dfrac{p(1-p)}{n}$

(d) $D(\overline{X}) = p$

(e) $D(\overline{X}) = np$

(f) $D(\overline{X}) = \dfrac{p}{n}$

Číselné charakteristiky

Otázka za 500 bodů: Rozptyl Cauchyho rozložení s hustotou

$$f(x) = \frac{1}{\pi(x^2+1)}$$

(a) je roven 1

(b) je roven π

(c) je roven $\dfrac{1}{\pi}$

(d) neexistuje

Bodové odhady

Otázka za 100 bodů: Bodový odhad parametru definujeme jako

(a) statistiku, která je funkcí náhodného výběru a která každé realizaci tohoto výběru přiřadí určitou hodnotu

(b) statistiku, která je funkcí náhodného výběru a která každé realizaci tohoto výběru přiřadí hodnotu tohoto parametru

(c) náhodný výběr, jehož každá realizace má průměr roven tomuto parametru

(d) bod, který odhaduje tento parametr

Bodové odhady

Otázka za 200 bodů: Odhad parametru θ je nestranný, pokud

(a) jeho střední hodnota konverguje k θ

(b) jeho střední hodnota nezávisí na θ

(c) je jeho střední hodnota rovna parametru θ

(d) je jeho rozptyl minimální

(e) nelze najít jiný odhad parametru θ

Bodové odhady

Otázka za 300 bodů: Buď $X_1, X_2, \ldots, X_n$ náhodný výběr z rozložení, které má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} 3\theta^3 \dfrac{1}{x^4} & \text{pro } x > \theta \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde parametr $\theta > 0$. Pak posloupnost odhadů $T_n = \dfrac{2}{3}\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ je

(a) asymptoticky nestranný, ale ne konzistentní odhad parametru θ

(b) odhady nejsou nestranné, ale posloupnost je asymptoticky nestranným odhadem parametru θ

(c) každý z posloupnosti odhadů je nestranný, ale posloupnost není asymptoticky nestranným odhadem parametru θ

(d) každý z posloupnosti odhadů je nestranný a posloupnost je konzistentním odhadem parametru θ

Bodové odhady

Otázka za 400 bodů: Buď $X_1, X_2, \dots, X_n$ náhodný výběr z geometrického rozložení $Geom(p)$. Bodovým odhadem parametru p metodou maximální věrohodnosti je statistika

(a) $\dfrac{1}{\sum X_i + 1}$

(b) $\dfrac{1}{\overline{X} + 1}$

(c) $\dfrac{\sum X_i}{\sum X_i + 1}$

(d) $\dfrac{\overline{X}}{\overline{X} + 1}$

Bodové odhady

Otázka za 500 bodů: Buď $X_1, X_2, \ldots, X_{2n-1}$ náhodný výběr z normálního rozložení $N(\mu, \sigma^2)$. Uvažujme dva nestranné odhady: $\overline{X} = \dfrac{1}{2n-1} \displaystyle\sum_{i=1}^{2n-1} X_i$ a $T = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i + \dfrac{1}{n}\sum_{i=n}^{2n-1} X_i\right)$. Které z následujících tvrzení platí?

(a) Statistika T je lepším odhadem, protože její rozptyl je roven $\dfrac{1}{2n}$, což je menší než rozptyl $D(\overline{X}) = \dfrac{1}{2n-1}$.

(b) Oba odhady jsou stejně dobré.

(c) Odhad $\overline{X}$ je lepší, protože statistika T má díky korelaci větší rozptyl.

(d) Statistika T není nestranným odhadem μ.

Intervalové odhady

Otázka za 100 bodů: Vyberte pravdivé tvrzení:

(a) Intervalový odhad parametru nezávisí na volbě parametru.

(b) Intervalový odhad parametru nezávisí na volbě spolehlivosti.

(c) Intervalový odhad parametru nezávisí na dané realizaci náhodného výběru.

(d) Intervalový odhad nezávisí na bodovém odhadu.

(e) Všechna tvrzení a)-d) jsou nepravdivá.

Intervalové odhady

Otázka za 200 bodů: Buď $X_1, X_2, \ldots, X_n$ náhodný výběr z Gaussova normálního rozložení $N(\mu, \sigma^2)$ se známým rozptylem. Pak pro intervalový odhad parametru μ používáme statistiku

(a) $\overline{X}$

(b) $\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma}$

(c) $\dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

(d) $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S}$

(e) $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$

Intervalové odhady

Otázka za 300 bodů: Buď $X_1, X_2, \dots, X_n$ náhodný výběr z nějakého rozložení. Pak pro intervalový odhad střední hodnoty μ statistiku $\dfrac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$

(a) můžeme použít, protože má normální rozložení

(b) můžeme použít, protože má studentovo rozložení

(c) můžeme použít jako aproximaci pro velká n díky centrální limitní větě

(d) nemůžeme použít

Intervalové odhady

Otázka za 400 bodů: U třiceti náhodně vybraných výrobků činila průměrná hmotnost netto 102 g a výběrový rozptyl byl 7. Jaký je 95% interval spolehlivosti netto hmotnosti tohoto výrobku v gramech (s přesností na 3 des. místa)? Předpokládáme normální rozložení hmotnosti.

(a) (99.390,104.610)

(b) (99.828,104.171)

(c) (99.386,104.614)

(d) (99.495,104.505)

Intervalové odhady

Otázka za 500 bodů: Při předvolebním průzkumu se pro stranu Fialových z 2000 dotazovaných vyslovilo 110 dotázaných. Pro vstup do sněmovny je nutné, aby strana dosáhla ve volbách 5%. Spočtěte 80% interval spolehlivosti pro procent. výsledek voleb. Dostane se strana Fialových do sněmovny (s tímto 20% rizikem)?

(a) ano, protože 5% hranice je menší než dolní hranice intervalu spolehlivosti

(b) ano, protože 5% hranice je větší než dolní hranice intervalu spolehlivosti

(c) ne, protože 5% hranice je větší než dolní hranice intervalu spolehlivosti

(d) ne, protože 5% hranice je menší než dolní hranice intervalu spolehlivosti

(e) ano, protože 5% hranice leží v intervalu spolehlivosti

(f) ne, protože 5% hranice leží v intervalu spolehlivosti