Základní diskrétní rozložení

Alternativní rozložení (p pravděpodobnost úspěchu)

$$Alt(p),\ p \in (0,1),\ p(x) = \begin{cases} p, & x = 1 \\ 1-p, & x = 0 \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ E(X) = p,\ D(X) = p(1-p)$$

Binomické rozložení (udává počet úspěchů v posloupnosti n nezávislých pokusů z $Alt(p)$)

$$Bi(n,p),\ p \in (0,1),\ p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & x \in \{0,1,\dots n\} \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ E(X) = np,\ D(X) = np(1-p)$$

Geometrické rozložení (počet neúspěšných pokusů než poprvé nastane úspěch z $Alt(p)$)

$$G(p),\ p \in (0,1),\ p(x) = \begin{cases} p(1-p)^x, & x \in \{0,1,\dots\} \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ E(X) = \frac{1-p}{p},\ D(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

Poissonovo rozložení (počet událostí v jednotce, ke kterým dochází náhodně, λ je střední počet výskytů)

$$Po(\lambda),\ \lambda > 0,\ p(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, & x = \{0,1,\dots\} \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ E(X) = \lambda,\ D(X) = \lambda$$

Základní spojitá rozložení

Rovnoměrné rozložení

$$R(a,b),\ a < b,\ f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in (a,b) \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & x \in (a,b) \\ 0, & x \le a \\ 1, & x \ge b \end{cases},\ E(X) = \frac{a+b}{2},\ D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Exponenciální rozložení (náhodná doba čekání na událost, která se může dostavit každým okamžikem se stejnou šancí)

$$Exp(\lambda),\ \lambda > 0,\ f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ E(X) = \frac{1}{\lambda},\ D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Normální Gaussovo rozložení

$$N(\mu,\sigma^2),\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},\ E(X) = \mu,\ D(X) = \sigma^2$$

$U \sim N(0,1),\ f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, $\Phi(x)$ v tabulkách.

Pearsonovo rozložení o n stupních volnosti, $\chi^2(n)$

$$X_i \sim N(0,1) \Rightarrow Y = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 \sim \chi^2(n),\ E(Y) = n,\ D(Y) = 2n,$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{jinde} \end{cases},\ \text{kde } \Gamma(s) = \int_0^\infty e^{-t} t^{s-1} dt$$

Je-li $X_i \sim N(\mu,\sigma^2)$, pak pro výb. průměr $M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$ a rozptyl $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - M)^2$ platí

$$M \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}),\ \frac{n-1}{\sigma^2} S^2 \sim \chi^2(n-1)$$

Studentovo rozložení $t(n)$

$U \sim N(0,1)$, $Y \sim \chi^2(n)$ nezávislé, pak $T = \frac{U}{\sqrt{Y/n}} \sim t(n),\ E(T) = 0,\ D(T) = \frac{n}{n-2}$

$$f(x) = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})\sqrt{\pi n}} (1 + \frac{x^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}}$$

Fisherovo-Snedecorovo F-rozložení o m a n stupních volnosti

$X \sim \chi^2(m)$, $Y \sim \chi^2(n)$ nezávislé, pak $Z = \frac{X/m}{Y/n} \sim F(m,n),\ E(Z) = \frac{n}{n-2}$ pro $n \ge 3$,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\frac{m+n}{2})}{\Gamma(\frac{m}{2})\Gamma(\frac{n}{2})} (\frac{m}{n})^{\frac{m}{2}} x^{\frac{m}{2}-1} (1 + \frac{m}{n}x)^{-\frac{m+n}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{jinde} \end{cases}$$

Intervalové odhady

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots n$, odhad μ pro známé σ: $U = \dfrac{M - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots n$, odhad μ pro neznámé σ: $T = \dfrac{M - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n - 1)$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots n$, odhad σ pro známé μ: $W = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(n)$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots n$, odhad σ pro neznámé μ: $K = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n - 1)$

$X_i \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $i = 1, \ldots n_1$, $Y_i \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, $i = 1, \ldots n_2$ odhad $h(\theta) = c_1\mu_1 + c_2\mu_2$ pro známé σ_1, σ_2:
$U = \dfrac{(c_1M_1 + c_2M_2) - (c_1\mu_1 + c_2\mu_2)}{\sqrt{\frac{c_1^2\sigma_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$

$X_i \sim N(\mu_1, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots n_1$, $Y_i \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, $i = 1, \ldots n_2$ odhad $h(\mu_1, \mu_2) = c_1\mu_1 + c_2\mu_2$ pro neznámé σ:
$U = \dfrac{(c_1M_1 + c_2M_2) - (c_1\mu_1 + c_2\mu_2)}{S_*\sqrt{\frac{c_1^2}{n_1} + \frac{c_2^2}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$, kde $S_*^2 = \dfrac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$.