

Sada domácích úloh k přednášce Matematika III

k odevzdání v týdnu 2. – 6. října 2006

Příklad 1. Buď dáno zobrazení $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x, y) = xy \sin\left(\frac{\pi}{2}xy^2\right)$. Ukažte, že rovnost $F(x, y) = 1$ zadává v nějakém okolí U bodu 1 implicitně funkci $f : U \rightarrow \mathbb{R}$, tak že $F(x, f(x)) = 1$ pro $x \in U$. Navíc $f(1) = 1$. Určete $f'(1)$.

Příklad 2. Určete, zda existují maxima a minima funkce $f : (\mathbb{R}^+)^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x_1, \dots, x_n) = \sqrt[n]{x_1 \cdots x_n}$ za podmínky $x_1 + \cdots + x_n = c$, $c \in \mathbb{R}^+$, $x_1 > 0, \dots, x_n > 0$.

Příklad 3. Určete, zda existují maxima a minima funkce $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = z - xy^2$ na kouli

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

Pokud extrémy existují, určete je.