

MB101 – 12. demonstrovaná cvičení

Markovovy procesy

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

3.12. 2007

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy

Příklad 1. *Určete matici standardního skalárního součinu v \mathbb{R}^3 v bázi dané vektory $(1, 2, 1)$, $(2, 3, 0)$, $(1, 0, -1)$.*

Příklad 1. *Určete matici standardního skalárního součinu v \mathbb{R}^3 v bázi dané vektory $(1, 2, 1)$, $(2, 3, 0)$, $(1, 0, -1)$.*

Řešení.

$$\begin{pmatrix} 6 & 8 & 0 \\ 8 & 13 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

□

Příklad *Nalezněte jedinou posloupnost vyhovující rekurentní rovnici*

$$x_{n+3} = 4x_{n+2} - x_{n+1} - 6x_n - 4n,$$

s počátečními podmínkami $x_0 = 2$, $x_1 = 2$, $x_2 = 11$.

Příklad *Nalezněte jedinou posloupnost vyhovující rekurentní rovnici*

$$x_{n+3} = 4x_{n+2} - x_{n+1} - 6x_n - 4n,$$

s počátečními podmínkami $x_0 = 2$, $x_1 = 2$, $x_2 = 11$.

Řešení. $x_n = (-1)^n + 2^n + 3^n - n - 1.$

□

Příklad 3. *Uvažujme následující populaci nezmarů, kteří se dožívají tři měsíců. Každý nezmar splodí mezi prvním a druhým měsícem života tři nezmárky, stejně tak mezi druhým a třetím měsícem života. Nezmaří stáří do jednoho měsíce neplodí. Třetina nezmarů po dovršení druhého měsíce života umírá, po dovršení třetího měsíce umírají všichni.*

Napište Leslieho matici modelu růstu této populace a zjistěte, na jakém poměru mezi jednotlivými věkovými skupinami se populace ustálí. Na jaké hodnotě se ustálí přírůstek populace?

Příklad 3. *Uvažujme následující populaci nezmarů, kteří se dožívají tři měsíců. Každý nezmar splodí mezi prvním a druhým měsícem života tři nezmárky, stejně tak mezi druhým a třetím měsícem života. Nezmaří stáří do jednoho měsíce neplodí. Třetina nezmarů po dovršení druhého měsíce života umírá, po dovršení třetího měsíce umírají všichni.*

Napište Leslieho matici modelu růstu této populace a zjistěte, na jakém poměru mezi jednotlivými věkovými skupinami se populace ustálí. Na jaké hodnotě se ustálí přírůstek populace?

Řešení. $6 : 3 : 1$, populace bude růst dvojnásobně za měsíc. □

Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 **Návodné úlohy**

Nalezněte LU-rozklad matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Čtyři lidé stojí v kruhu a háží si balón. Každý hodí míč s pravděpodobností $1/4$ svému sousedovi a s pravděpodobností $1/2$ člověku naproti. Popište situaci jako Markovův proces.