MB101 – 4. demonstrovaná cvičení
Geometrie v rovině

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

8.10. 2007

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne

2. Návodné úlohy
   - Geometrie v rovině

Příklad 1. *Ze skupiny devíti mužů a pěti žen náhodně vybereme skupinu šesti lidí. Jaká je pravděpodobnost, že v ní budou alespoň tři ženy?*

Řešení.

$$\frac{9 + \binom{5}{4}\binom{9}{2} + \binom{5}{3}\binom{9}{3}}{\binom{14}{6}}.$$

$\square$

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.
4. Tři. Takových slov je $\binom{12}{3} - 10 = 210$ (od všech slov obsahujících tři B musíme odečíst slova obsahující skupinu BBB)

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.
4. Tři. Takových slov je $\binom{12}{3} - 10 = 210$ (od všech slov obsahujících tři B musíme odečíst slova obsahující skupinu BBB)
5. Čtyři. Těch je $\binom{12}{4} - 9 \cdot 10 + 9 = 414$ (od všech slov obsahujících čtyři B odečteme slova obsahující BBB.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.
4. Tři. Takových slov je $\binom{12}{3} - 10 = 210$ (od všech slov obsahujících tři B musíme odečíst slova obsahující skupinu BBB)
5. Čtyři. Těch je $\binom{12}{4} - 9 \cdot 10 + 9 = 414$ (od všech slov obsahujících čtyři B odečteme slova obsahující BBB.
6. Pět. Těch je $\binom{12}{5} - \left(\frac{10!}{7! \cdot 2!} - \frac{9!}{7!}\right) = 504$.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.
4. Tři. Takových slov je $\binom{12}{3} - 10 = 210$ (od všech slov obsahujících tři B musíme odečíst slova obsahující skupinu BBB)
5. Čtyři. Těch je $\binom{12}{4} - 9 \cdot 10 + 9 = 414$ (od všech slov obsahujících čtyři B odečteme slova obsahující BBB.
6. Pět. Těch je $\binom{12}{5} - \left(\frac{10!}{7! \cdot 2!} - \frac{9!}{7!}\right) = 504$.
7. Šest. Těch je $\binom{7}{1} + \binom{7}{2} \cdot 5 + \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{2} + \binom{7}{4} = 357$.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.
4. Tři. Takových slov je $\binom{12}{3} - 10 = 210$ (od všech slov obsahujících tři B musíme odečíst slova obsahující skupinu BBB)
5. Čtyři. Těch je $\binom{12}{4} - 9 \cdot 10 + 9 = 414$ (od všech slov obsahujících čtyři B odečteme slova obsahující BBB.
6. Pět. Těch je $\binom{12}{5} - \left(\frac{10!}{7! \cdot 2!} - \frac{9!}{7!}\right) = 504$.
7. Šest. Těch je $\binom{7}{1} + \binom{7}{2} \cdot 5 + \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{2} + \binom{7}{4} = 357$.
8. Sedm. Těch je $\binom{6}{0} \cdot 6\binom{6}{1} \cdot \binom{5}{2} + \binom{6}{2}\binom{4}{1} = 126$.

Příklad 2. *Spočítejte příklad 2 z minulé sady principem inkluze a exkluze.*

Řešení. Slova délky 12 složená z písmen A a B a neobsahující skupinu BBB rozdělíme do devíti skupin podle toho, kolik obsahují písmen B:

1. žádné. Takové je pouze jedno slovo.
2. jedno. Takových slov je 12.
3. Dvě. Takových slov je $\binom{12}{2} = 66$.
4. Tři. Takových slov je $\binom{12}{3} - 10 = 210$ (od všech slov obsahujících tři B musíme odečíst slova obsahující skupinu BBB)
5. Čtyři. Těch je $\binom{12}{4} - 9 \cdot 10 + 9 = 414$ (od všech slov obsahujících čtyři B odečteme slova obsahující BBB.
6. Pět. Těch je $\binom{12}{5} - \left(\frac{10!}{7! \cdot 2!} - \frac{9!}{7!}\right) = 504$.
7. Šest. Těch je $\binom{7}{1} + \binom{7}{2} \cdot 5 + \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{2} + \binom{7}{4} = 357$.
8. Sedm. Těch je $\binom{6}{0} \cdot 6\binom{6}{1} \cdot \binom{5}{2} + \binom{6}{2}\binom{4}{1} = 126$.
9. Osm. Těch je $\binom{5}{1} + \binom{5}{0} \cdot \binom{5}{2} = 15$.
10. Celkem 1705.

Příklad 3. *Marek a Mirek vyrazí náhodně mezi osmou hodinou ranní a druhou hodinou odpolední každý svým autem z Brna do Prahy. Markovi trvá cesta 2 hodiny, Mirkovi 3 hodiny. Jaká je pravděpodobnost, že se na cestě potkají? (Oba jedou konstantní rychlostí.)*

Řešení. Celý pravděpodobnostní prostor je čtverec 6×6. Příznivé jevy jsou omezeny podmínkami $x - y \leq 1$, $x - y \geq 0$. Obsah čtverce je 36, obsah vymezené části je $5{,}5$, hledaná pravděpodobnost je tedy $11/72$. □

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne
2. Návodné úlohy
    - Geometrie v rovině

Příklad *Je dána přímka*

$$p: \ [2,0] + t(3,1).$$

Určete její obecnou rovnici a nalezněte průnik s přímkou

$$r: \ [-1,2] + s(1,3).$$

Příklad *Jaké zobrazení vznikne složením dvou středových symetrií? Jaké složením tří?*

Příklad *Jaké zobrazení vznikne složením dvou středových symetrií? Jaké složením tří?*

Příklad *Zkonstruujte pětiúhleník, jsou-li dány středy jeho stran.*

Příklad *Jaké zobrazení vznikne složením dvou středových symetrií? Jaké složením tří?*

Příklad *Zkonstruujte pětiúhleník, jsou-li dány středy jeho stran.*

Příklad *Spočítejte obsah trojúhelníka daného body* $[2, 2], [8, 8], [3, 5]$

Příklad *Rovinný fotbalista vystřelí míč z bodu* $[1, 0]$ *ve směru* $(3, 5)$ *na bránu (úsečku) ohraničenou body* $[23, 36]$ *a* $[26, 30]$*. Směřuje míč do brány?*

Příklad *Rozhodněte, které strany trojúhelníka* $[3,4][5,7][4,10]$ *jsou viditelné z bodu* $[-4,1]$.

Příklad *Napište souřadnice vrcholů trojúhelníka, který vznikne otočením rovnostranného trojúhelníka jehož dva vrcholy jsou* $[1,1]$ *a* $[2,3]$ *(třetí pak v polorovině dané přímkou* $[1,1][2,3]$ *a bodem* $[0,1]$*) o* 60° *v kladném smyslu kolem bodu* $[0,0]$.