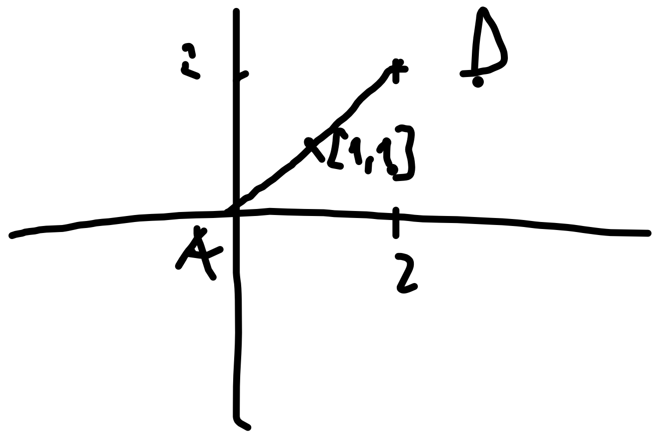
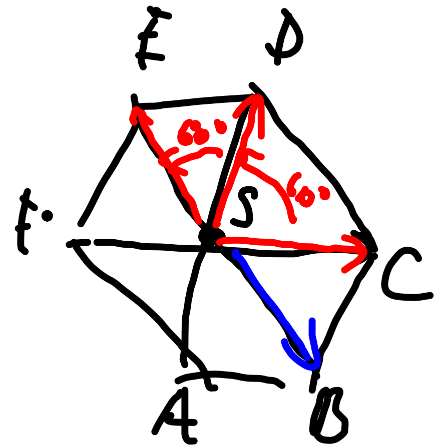
1) $A = [0,0]$, $D = [2,2]$





$\vec{SD} = (1,1)$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \vec{SE}$$

$$E = S + \vec{SE} = [1,1] + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left[\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

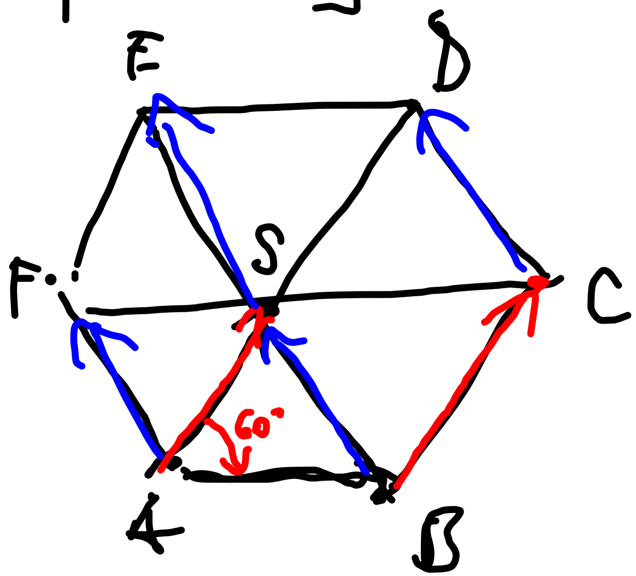
$$B = \underbrace{S - \vec{SE}}_{\vec{SB}} = [1,1] - \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

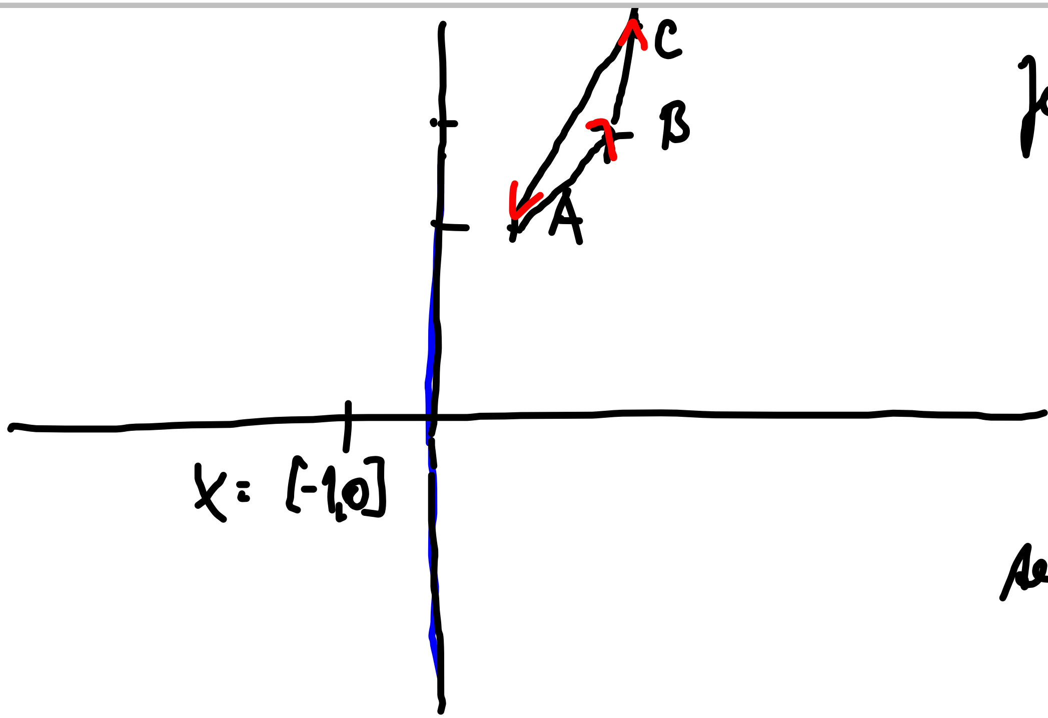
$$F = S + \vec{SF}, \quad \vec{SF} = \begin{pmatrix} \cos 60^\circ & -\sin(60^\circ) \\ \sin 60^\circ & \cos(60^\circ) \end{pmatrix} \left(\vec{SE}\right) =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$S + \vec{SF} = \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$C = S - \vec{SF} = \left[\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$





Je vidět z X úsečka AB?

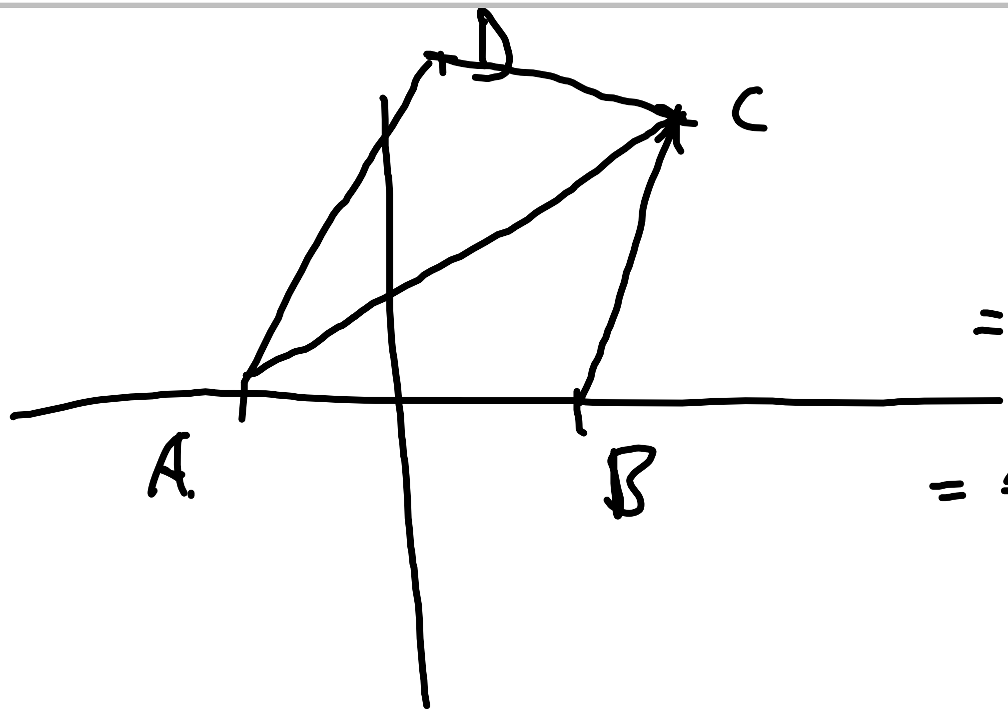
$$\begin{vmatrix} A-X \\ B-X \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} < 0$$

X je napravo od $\vec{AB}$, tedy z X je vidět AB.

BC: $\begin{vmatrix} B-X \\ C-X \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 9 \end{vmatrix} = 1 > 0 \Rightarrow$ X je nalevo od $\vec{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ BC není vidět z X

CA: $\begin{vmatrix} C-X \\ A-X \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow$ CA není vidět



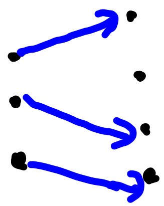
$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} =$$

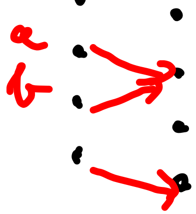
$$= \frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} B-A \\ C-A \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C-A \\ D-A \end{vmatrix} \right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} \right) = \frac{35}{2}$$

Injektivní zobrazení = prosté zobrazení

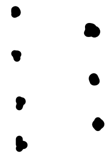
$$a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$





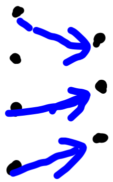
není prosté

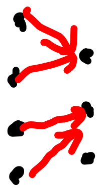
$f(a) = f(b)$ ↯



$$f: M \to N \quad f \text{ prosté} \Rightarrow |M| \leq |N|$$

Surjektivní zobrazení = zobrazení na (množinu)





$$f: M \to N \text{ je na} \Leftrightarrow (\forall y \in N)(\exists x \in M): f(x) = y$$

$$|M| \geq |N|$$

Surjektivní + injektivní zobrazení = bijekce

$$f: M \to N \qquad |M| = |N|$$

Řekneme, že dvě množiny A, B jsou stejně mohutné,
jestliže existuje prosté zobrazení $f: A \to B$ a $g: B \to A$

$|A| \leq |B|$ $\qquad$ $|B| \leq |A|$

$|\mathbb{N}| < |\mathbb{Q}|$, zřejmě

ale existuje i prosté zobrazení z $\mathbb{Q}$ do $\mathbb{N}$:

	1	2	3	4	5	6	7
1	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{7}{1}$
2	$\frac{1}{2}$	$\cancel{\frac{2}{2}}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{5}{2}$		
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$		
4	$\frac{1}{4}$	$\cancel{\frac{2}{4}}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$			
5							
6							

$|\mathbb{Q}| = |\mathbb{N}|$

$|\mathbb{R}| > |\mathbb{N}|$

$0{,}\boxed{1}2487\ldots$

$699{,}8\boxed{7}643\ldots$

$3{,}12\boxed{5}78\ldots$

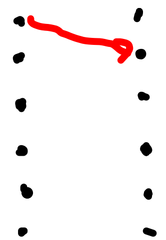
$1234{,}876\boxed{8}7\ldots$

$\boxed{}\ \ddots$

$0{,}2869$

Obor hodnot je možno vybrat $\binom{7}{6}$ způsoby

Pro daný obor hod. pak existuje $6!$ různých zobrazení na něj



$$6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 6!$$

Celkem $\binom{7}{6}\cdot 6!$

Všech zobrazení mn. $\{1,\dots,6\}$ do $\{1,2,3\}$ je 3^6

(množina všech zobrazení z A do B se značí B^A)

Odečteme ta zobrazení, jejichž oborem hodnot je pouze dvouprvková množina. Těch je $\binom{3}{2}\cdot 2^6$

Ta zobrazení, jejichž oborem hodnot je jednoprvkov prázdná množina byla odečtena 2x. Takže jí ji 1 pořád přičteme. Celkem máme

$$3^6 - \binom{3}{2}\cdot 2^6 + \binom{3}{1}$$

(binární) relace R na mn. M je podmnožina kartézského součinu $M\times M$, zapisujeme $(x,y)\in R \Leftrightarrow x\sim y$

reflexivita: $(\forall x\in M)(x\sim x)$? NE (lib. nekonečná mn. X není v relaci $X\sim X$)

symetrie: $(x\sim y)\Rightarrow(y\sim x)$? ANO

tranzitivita: $(x\sim y)\wedge(y\sim z) \overset{?}{\Rightarrow} (x\sim z)$ ANO

AS: NE

R: NE

S: ANO

T: NE (X … lichá čísla

Y … sudá čísla

$(X \sim Y) \wedge (Y \sim X)$ ale $X \not\sim X$

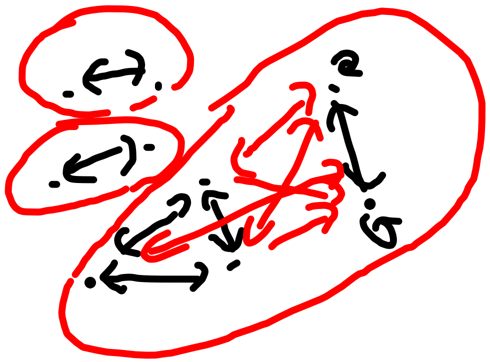
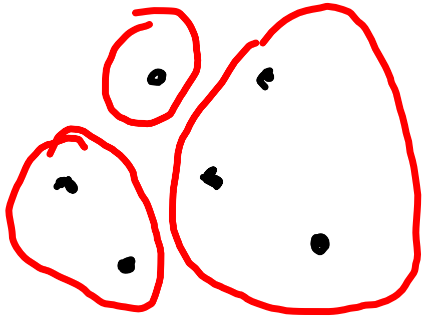
5) R: ANO

S: ANO

T: $5 \mid (x-y) \wedge 5 \mid (y-z) \overset{?}{\Rightarrow} 5 \mid (x-z)$ ✓ ANO

$$(x-z) = \underbrace{(x-y)}_{5\cdot k} + \underbrace{(y-z)}_{5\cdot l} = 5(k+l)$$

Jedná se o ekvivalenci: odpovídající rozklad: zbytkové třídy po dělení pěti.

Rozklad množiny $\{1,2,3\}$

$$\{\{1,2\},\{3\}\}$$

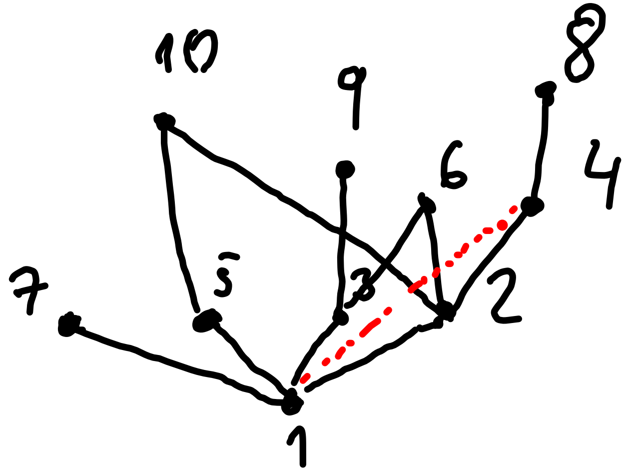
tomu odpovídá ekvivalence

$$\{(1,2),(2,1),(3,3),(1,1),(2,2)\}$$

Počet ekvivalencí je stejný jako počet rozkladů, ty rozdělíme podle počtu prvků v jednotlivých třídách:

$$\begin{array}{lll} a) & 1\ 1\ 1 & 1 \\ b) & 2\ 1 & 3 \\ c) & 3 & 1 \end{array} \Bigg\} \ 5$$

Hasseův diagram uspořádání:



čáru mezi a a b nakreslím

$\Leftrightarrow$ $a \leq b$ a $\nexists c$: $a < c < b$

$$\{ (1,2), (2,1), (1,3) \}$$