MB101 – 6. demonstrovaná cvičení
Vektorové prostory

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

22.10. 2007

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne
2. Návodné úlohy
   - Základy lineární algebry

Příklad 1. *U následujících relací na množině M jaké vlastnosti mají (reflexivita, symetrie, antisymetrie, tranzitivita).*

1. $M = \mathbb{N}$, $x \sim y \iff (NSD(x, y) = 2 \vee x = y)$, *kde* $NSD(x, y)$ *značí největšího společného dělitele čísel* x *a* y.
2. $M = \{f | f \text{ je funkce z} \mathbb{R} \text{ do } \mathbb{R}\}$, $f \sim g \iff f(1) = g(0)$.
3. $M = \mathbb{N}$, $a \sim b \iff (a - 1 < b)$.

Odpovědi zdůvodněte.

Příklad 1. *U následujících relací na množině M jaké vlastnosti mají (reflexivita, symetrie, antisymetrie, tranzitivita).*

1. $M = \mathbb{N}$, $x \sim y \iff (NSD(x,y) = 2 \vee x = y)$, *kde* $NSD(x,y)$ *značí největšího společného dělitele čísel* x *a* y.
2. $M = \{f | f \text{ je funkce z} \mathbb{R} \text{ do } \mathbb{R}\}$, $f \sim g \iff f(1) = g(0)$.
3. $M = \mathbb{N}$, $a \sim b \iff (a - 1 < b)$.

Odpovědi zdůvodněte.

Řešení.

1. Relace je symetrická, není reflexivní, není tranzitivní ani antisymetrická
2. Nemá žádnou z daných vlastností.
3. Relace je AS.

$\square$

Příklad 2. *Určete počet surjektivních zobrazení množiny* $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *na množinu* $\{1, 2, 3, 4\}$

Příklad 2. *Určete počet surjektivních zobrazení množiny* $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *na množinu* $\{1, 2, 3, 4\}$

Řešení. $4^6 - \binom{4}{3}3^6 + \binom{4}{2}2^6 - \binom{4}{1}$ $\square$

Příklad 3. *Určete počet uspořádání množiny* $\{a, b, c\}$ *takových, že prvky a, b jsou nesrovnatelné.*

Příklad 3. *Určete počet uspořádání množiny* $\{a, b, c\}$ *takových, že prvky a, b jsou nesrovnatelné.*

Řešení. 7. □

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne
2. Návodné úlohy
   - Základy lineární algebry

Příklad *Nalezněte inverzní matici k matici*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

1. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(x) = x^n\}$

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

1. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(x) = x^n\}$
2. Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

1. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(x) = x^n\}$
2. Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.
3. Množina řešení rovnice $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.

Rozhodněte o následujících množinách, jestli jsou vektorovými prostory nad tělesem reálných čísel:

1. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(x) = x^n\}$
2. Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.
3. Množina řešení rovnice $x_n = x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}$.
4. Množina řešení rovnice (tedy množina posloupností splňujících) $x_n = x_{n-1}^2 + x_{n-2} + x_{n-3}^2$.

1. Množina řešení soustavy rovnic

1. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 0 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

1. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 0 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

2. Množina řešení soustavy rovnic

1. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 0 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

2. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 1 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

1. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 0 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

2. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 1 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

3. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(1) = 1\}$

1. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 0 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

2. Množina řešení soustavy rovnic

$$\begin{aligned} 2x + 3y + z &= 1 \\ x + y - z &= 0 \\ x + 2y + 3x &= 0 \end{aligned}$$

3. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(1) = 1\}$
4. $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f(1) = 0\}$

Příklad *Rozhodněte, zda jsou vektory*

1. $(1, 1, 2)$, $(1, 0, 2)$ *a* $(0, 1, 1)$

Příklad *Rozhodněte, zda jsou vektory*

1. $(1,1,2)$, $(1,0,2)$ *a* $(0,1,1)$
2. $(1,3,2)$, $(4,1,3)$,$(-2,5,1)$ *lineárně nezávislé v* $\mathbb{R}^3$.

Výpočet determinantu

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$