# MB101 – 7. demonstrovaná cvičení
# Lineární závislost a nezávislost

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

29.10. 2007

# Plán přednášky

**Příklad 1.** *Vyřešte následující rovnici vzhledem k neznámé a:*

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

*Pozn.: U komplexních řešení stačí uvést jejich goniometrický tvar.*

**Příklad 1.** *Vyřešte následující rovnici vzhledem k neznámé a:*

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ a & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

*Pozn.: U komplexních řešení stačí uvést jejich goniometrický tvar.*

**Řešení**. Determinant dané matice je roven výrazu $-a^4 + 2a^2 - 1$. Položíme-li jej rovný jedné dostáváme rovnici $a^4 - 2a^2 + 2 = 0$, substituujeme $t = a^2$, potom $t_{1,2} = 1 \pm i$ a pomocí Moivrovy věty nalezneme odmocniny.
$a_1 = \sqrt[4]{2}(\cos(\frac{\pi}{8}) + i\sin(\frac{\pi}{8}))$, $a_2 = \sqrt[4]{2}(\cos(\frac{9\pi}{8}) + i\sin(\frac{9\pi}{8}))$,
$a_3 = \sqrt[4]{2}(\cos(-\frac{\pi}{8}) + i\sin(-\frac{\pi}{8}))$, $a_4 = \sqrt[4]{2}(\cos(\frac{7\pi}{8}) + i\sin(\frac{7\pi}{8}))$. □

**Příklad 2.** *Spočtěte matici inverzní k matici*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Příklad 2.** *Spočtěte matici inverzní k matici*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Řešení.** $\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ 1 & -1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & 1 & \frac{1}{3} \end{vmatrix}$ □

**Příklad 3.** *Najděte nějakou čtvercovou matici* $A$, $2 \times 2$, *nad* $\mathbb{R}$ *(různou od jednotkové matice) takovou, že* $A^3 = E$, *kde* $E$ *je jednotková matice.*

**Příklad 3.** *Najděte nějakou čtvercovou matici $A$, $2 \times 2$, nad $\mathbb{R}$ (různou od jednotkové matice) takovou, že $A^3 = E$, kde $E$ je jednotková matice.*

**Řešení**. Všechny matice splňující danou rovnost jsou matice otáčení o $120^\circ$, $240^\circ$ a jednotková matice. $\square$

# Plán přednášky

# Báze vektorového prostoru

Množina lineárně nezávislých vektorů, které generují daný prostor

**Dimenze (konečněrozměrného) vektorového prostoru**

Počet prvků nějaké báze.

Určete reálnou bázi prostoru řešení diferenční rovnice
$x_{n+2} = 2x_{n+1} - 2x_n$.

Určete reálnou bázi prostoru řešení diferenční rovnice
$x_{n+2} = 2x_{n+1} - 2x_n$.

Najděte řešení předchozí rovnice s počátečními podmínkami
$x_1 = 1$, $x_2 = 2$

Řešte soustavu

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\ x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Určete rovnici zrcadlení podle roviny procházející počátkem a kolmé na vektor $[1, 0, 1]$.