MB101 – 9. demonstrovaná cvičení
Lineární zobrazení

Masarykova univerzita
Fakulta informatiky

12.11. 2007

Plán přednášky

1. Domácí úlohy z minulého týdne
2. Návodné úlohy

Příklad 1. *V závislosti na n určete determinant následující čtvercové matice $n \times n$:*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \dots & 3 & 0 & 0 \\ & & & \vdots & & & \\ 0 & 0 & (n-2) & \dots & (n-2) & 0 & 0 \\ 0 & (n-1) & 0 & \dots & 0 & (n-1) & 0 \\ n & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & n \end{pmatrix}.$$

Příklad 2. *Určete determinant následující matice:*

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a & a & 1 \\ 1 & a & a & a & 0 \\ 0 & a & 0 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Příklad 2. *Určete determinant následující matice:*

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & a & a & 1 \\ 1 & a & a & a & 0 \\ 0 & a & 0 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Řešení. $-a^3 - a$ $\square$

Příklad 3. *Určete inverzi matice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

pomocí algebraicky adjungované matice.

Příklad 3. *Určete inverzi matice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

pomocí algebraicky adjungované matice.

Řešení.

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} & \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{3}{10} & \frac{1}{10} & -\frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

□

Plán přednášky

Je dána matice A $m \times n$ hodnosti 1. Dokažte, že existují matice B a C dimenzí $m \times 1$ a $1 \times n$ tak, že $A = BC$.

Vyjádřete souřadnice vektoru $(1, 0, 1)$ v bázi $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 1, 0)$.

Uvažujme reálný vektorový prostor funkcí $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ generovaný funkcemi $f(x) = \sin^2(x)$, $g(x) = \cos^2(x)$ a $h(x) = x$. Určete, zda-li patří funkce x^2 a $\cos(2x)$ do tohoto vektorového prostoru a případně určete jejich souřadnice.

Lineární zobrazení a jeho vyjádření pomocí matice

Lineární zobrazení a jeho vyjádření pomocí matice

Příklad *Vyjádřete následující lineární zobrazení v* $\mathbb{R}^3$ *pomocí matice:*

- *Zrcadlení podle roviny procházející počátkem a kolmé na vektor* $(1, 1, 0)$

Příklad *Určete nějakou bázi a jádra a obrazu lineárního zobrazení* $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, $(x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto (x_1 + x_2, x_2 + x_3 + x_4)$.

Příklad *Lineární zobrazení* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *je dáno ve standardní bázi jako* $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3)$*. Určete jeho matici v bázi* $(1, 2, 1)$*,* $(1, 0, 1)$*,* $(0, 0, -1)$*.*

Příklad *Lineární zobrazení* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *je dáno ve standardní bázi jako* $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 - x_3, x_1 - x_2 + x_3)$. *Určete jeho matici v bázi* $(1, 2, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 0, -1)$.

Řešení.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\square$