

Jméno a příjmení:	
-------------------	--

Příklad číslo:	1	2	3	Σ
Počet bodů:				

Příklad 1. Mirek si ukládá na počátku každého roku 2000 Kč. Kolik naspoří za dvacet let, je-li vklad úročen roční úrokovou sazbou 5%.

Řešení. $p_{n+1} = qp_n + c$, kde $q = 1,05$, $c = 2000$, tedy $p_{20} = \sum_{i=0}^{19} c \cdot q^i = c \left(\frac{q^{20}-1}{q-1} \right) \doteq 66132$. Možno uvažovat i $p_{20} = \sum_{i=1}^{20} c \cdot q^i = cq \left(\frac{q^{20}-1}{q-1} \right)$ □

Příklad 2. V rovině jsou dány body $A = [2, 2]$ a $B = [4, 1]$. Určete vrchol C rovnostranného trojúhelníka ABC (jehož vrcholy jsou značeny abecedně v kladném smyslu) a dále rozhodněte, které jeho strany jsou viditelné z bodu $[-2, -5]$.

Řešení. $C = [3 + \sqrt{3}/2, 3/2 + \sqrt{3}]$. Spočítáním determinantů $\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 6 \end{vmatrix} < 0$, $\begin{vmatrix} 5 + \sqrt{3}/2 & 13/2 + \sqrt{3} \\ 4 & 7 \end{vmatrix} > 0$, $\begin{vmatrix} 6 & 6 \\ 5 + \sqrt{3}/2 & 13/2 + \sqrt{3} \end{vmatrix} > 0$, zjistíme, že je viditelná pouze strana AB . □

Příklad 3. Určete počet různých relací ekvivalence na šestiprvkové množině? Určíte počet různých rozkladů šestiprvkové množiny (každý rozklad odpovídá právě jedné relaci ekvivalence na dané množině). Podle prvků v jednotlivých třídách rozkladu mohou nastat následující možnosti:

1. 6. jediný rozklad;
2. 5,1. $\binom{6}{1} = 6$ rozkladů;
3. 4,2. $\binom{6}{2} = 15$ rozkladů;
4. 4,1,1. $\binom{6}{4} = 15$ rozkladů;
5. 3,3. $\frac{1}{2} \binom{6}{3} = 10$
6. 3,2,1. $\binom{6}{3} \cdot 3 = 60$ rozkladů;
7. 3,1,1,1. $\binom{6}{3} = 20$ rozkladů;
8. 2,2,2. $\frac{1}{3!} \binom{6}{2} \binom{4}{2} = 15$;
9. 2,2,1,1. $\frac{1}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} = 45$
10. 2,1,1,1,1. $\binom{6}{2} = 15$.
11. 1,1,1,1,1,1. jediný rozklad;

Celkem 203 rozkladů.