

CVIČNÉ PŘÍKLADY

GEOMETRICKÉ APLIKACE URČITÝCH INTEGRÁLŮ; NEVLASTNÍ INTEGRÁLY

Příklad 1. Vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = e^{-x} \cdot \sin x$, $y = 0$ na intervalu $[0, \pi]$.

Příklad 2. Vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = x^2$, $y = -x^2 + 2$.

Příklad 3. Odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního kužele o výšce v a poloměru podstavy r .

Uvažte, že vlastně rotuje graf lineární funkce. Nejprve tedy odvoďte její rovnici. Ta je ve tvaru $y = \frac{r}{v}x$.

Příklad 4. Vypočtete objem komolého rotačního kužele o výšce $v = 5\text{cm}$ s poloměry $r_1 = 2\text{cm}$ a $r_2 = 1\text{cm}$.

Postupujte podobně jako v předchozím příkladu.

Příklad 5. Určete objem tělesa vytvořeného rotací rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = 1 - x^2$ a $y = x^2$.

Nejprve spočítejte meze. Výsledným objemem potom bude rozdíl objemů dvou rotačních těles.

Příklad 6. Odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního elipsoidu s délkami hlavní osy a a vedlejší osy b .

Příklad 7. Určete délku křivky $y = \ln x$ pro $x \in \left[\frac{3}{4}; \frac{12}{5}\right]$.

Příklad 8. Určete

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx.$$