

# CVIČNÉ PŘÍKLADY

## GEOMETRICKÉ APLIKACE URČITÝCH INTEGRÁLŮ; NEVLASTNÍ INTEGRÁLY

**Příklad 1.** Vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami  $y = e^{-x} \cdot \sin x$ ,  $y = 0$  na intervalu  $[0, \pi]$ .

**Příklad 2.** Vypočtete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami  $y = x^2$ ,  $y = -x^2 + 2$ .

**Příklad 3.** Odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního kužele o výšce  $v$  a poloměru podstavy  $r$ .

*Uvažte, že vlastně rotuje graf lineární funkce. Nejprve tedy odvoďte její rovnici. Ta je ve tvaru  $y = \frac{r}{v}x$ .*

**Příklad 4.** Vypočtete objem komolého rotačního kužele o výšce  $v = 5\text{cm}$  s poloměry  $r_1 = 2\text{cm}$  a  $r_2 = 1\text{cm}$ .

*Postupujte podobně jako v předchozím příkladu.*

**Příklad 5.** Určete objem tělesa vytvořeného rotací rovinného obrazce ohraničeného křivkami  $y = 1 - x^2$  a  $y = x^2$ .

*Nejprve spočítejte meze. Výsledným objemem potom bude rozdíl objemů dvou rotačních těles.*

**Příklad 6.** Odvoďte vzorec pro výpočet objemu rotačního elipsoidu s délkami hlavní osy  $a$  a vedlejší osy  $b$ .

**Příklad 7.** Určete délku křivky  $y = \ln x$  pro  $x \in \left[\frac{3}{4}; \frac{12}{5}\right]$ .

**Příklad 8.** Určete

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx.$$