2. zápočtová písemka

Matematika II, podzim 2007, skupina N

Jméno, UČO:..

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	celkem

Příklad 1. (5 bodů: +1 za správnou odpověď, −1 za špatnou odpověď, 0 bez odpovědi)

Odpovězte (škrtnutím nehodícího se **ANO** nebo **NE** na patřičném řádku), zda jsou pravdivá následující tvrzení:

1. ANO NE Existuje-li na intervalu I k dané funkci $f(x)$ funkce primitivní, potom je funkce $f(x)$ na intervalu I ohraničená.
2. ANO NE Pro každé dvě integrovatelné funkce platí, že integrál jejich součtu je roven součtu integrálů těchto funkcí.
3. ANO NE Každá monotónní funkce na intervalu $[a, b]$, kde $a, b \in \mathbb{R}, a < b$, je zde také (Riemannovsky) integrovatelná.
4. ANO NE Pro všechna $q \in \mathbb{R}$, $q \neq 1$ platí, že $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$.
5. ANO NE Je-li $a_n{}_{n=0}^{\infty}$ nerostoucí posloupnost kladných čísel, potom nekonečná alternující řada $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ konverguje právě tehdy, když $\lim_{n\to\infty}(-1)^n a_n = 0$.

Příklad 2. (5 bodů: 2 body za první část, 2 body za druhou část, 1 bod za třetí část)

1. Uveďte příklad funkce, která je na celém svém definičním oboru konvexní.

2. Uveďte příklad funkce takové, že její určitý (Riemannův) integrál na intervalu $[0, 2007]$ je roven 2007.

3. Uveďte příklad nekonečné řady se součtem 2.

Příklad 3. (4 body)
Užitím diferenciálu funkce určete přibližnou hodnotu $\sin 46°$.

Příklad 4. (4 body) Vypočtěte:

$$\int x^3 \cdot \ln x \, dx.$$

Příklad 5. (4 body)
Určete objem tělesa, které vznikne rotací množiny ohraničené křivkami $y = x^2 + 1$ a $y = 2x^2$ kolem osy x.

Příklad 6. (4 body)
Rozhodněte o konvergenci řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 \cdot 3^n}{n!}.$$

Příklad 7. (4 body) Určete poloměr kovergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^n.$$