

1. zápočtová písemka

Matematika II, podzim 2007, skupina A

Jméno, UČO:.....

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|--------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | celkem |
| | | | | | | | |

Příklad 1. (5 bodů: +1 za správnou odpověď, -1 za špatnou odpověď, 0 bez odpovědi)

Odpovězte (škrtnutím nehodícího se **ANO** nebo **NE** na patřičném řádku), zda jsou pravdivá následující tvrzení:

1. ANO NE Každá shora ohraničená neprázdná podmnožina reálných čísel má supremum.
2. ANO NE Je-li funkce f definována v bodě x_0 , potom má v bodě x_0 limitu a ta je rovna funkční hodnotě funkce f v tomto bodě.
3. ANO NE Je-li funkce f spojitá na uzavřeném intervalu $[a, b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, potom je na tomto intervalu ohraničená.
4. ANO NE Má-li funkce f v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$ derivaci, potom je v bodě x_0 definována.
5. ANO NE Derivace podílu dvou funkcí je rovna podílu derivací těchto funkcí.

Příklad 2. (5 bodů: 3 body za první část, 1 bod za druhou část, 1 bod za třetí část)

1. Pomocí definice limity vysvětlete co znamená, že

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = 1,$$

a doplňte následující tabulku.

| | | | |
|---------------|-----|-----|------|
| ε | 0.5 | 0.1 | 0.05 |
| a | | | |

2. Uveďte pravidlo pro derivování součinu dvou funkcí.
3. Uveďte příklad funkce, která má nekonečně mnoho bodů nespojitosti.

Příklad 3. (4 body)

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce f dané tabulkou:

| | | | |
|-----------|---|----|----|
| x_i | 0 | 1 | 2 |
| $f(x_i)$ | 3 | 1 | 3 |
| $f'(x_i)$ | 0 | -4 | 20 |

Příklad 4. (4 body)

Rozložte racionální lomenou funkci

$$\frac{x^3 - 3x^2 - 3x - 10}{x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4}$$

na součet parciálních zlomků.

Příklad 5. (5 bodů)

Vypočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}.$$

Příklad 6. (4 body)

Určete derivaci funkce $f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin^2 x}$, $x \in \mathbb{R}$. Dále ukažte, že $f\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$.

Příklad 7. (3 body)

Napište rovnice tečny a normály ke grafu funkce $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ procházející bodem $[2, 3]$.