

1. zápočtová písemka

Matematika II, podzim 2007, skupina B

Jméno, UČO:.....

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	celkem

Příklad 1. (5 bodů: +1 za správnou odpověď, -1 za špatnou odpověď, 0 bez odpovědi)

Odpovězte (škrtnutím nehodícího se **ANO** nebo **NE** na příslušném řádku), zda jsou pravdivá následující tvrzení:

1. ANO NE Má-li libovolná neprázdná podmnožina reálných čísel supremum, potom má i infimum.
2. ANO NE Má-li funkce f v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$ obě jednostranné limity, potom má funkce f v bodě x_0 limitu.
3. ANO NE Je-li funkce f spojitá na uzavřeném intervalu $[a, b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, a je-li navíc $f(a) \cdot f(b) < 0$, potom existuje $c \in (a, b)$ tak, že $f(c) = 0$.
4. ANO NE Má-li funkce f vlastní derivaci v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, potom je v bodě x_0 spojitá.
5. ANO NE Derivace součinu libovolných dvou funkcí je vždy různá od součinu jejich derivací.

Příklad 2. (5 bodů: 3 body za první část, 1 bod za druhou část, 1 bod za třetí část)

1. Pomocí definice limity vysvětlíte co znamená, že

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{x} \right) = 2,$$

a doplňte následující tabulku.

ε	0.5	0.1	0.05
a			

2. Uveďte pravidlo pro derivování podílu dvou funkcí (Předpokládejte, že funkce ve jmenovateli je nenulová).
3. Uveďte příklad funkce, která je nespojitá v bodech 1, 2, 3, 4, 5 a ve všech ostatních reálných bodech je spojitá.

Příklad 3. (4 body)

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce f dané tabulkou:

x_i	-1	0	1
$f(x_i)$	8	-1	0
$f'(x_i)$	-24	0	4

Příklad 4. (4 body)

Rozložte racionální lomenou funkci

$$\frac{3x^2 - 2x + 3}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}$$

na součet parciálních zlomků.

Příklad 5. (5 bodů)

Vypočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x^2)^{\frac{1}{x}}.$$

Příklad 6. (4 body)

Určete derivaci funkce $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos^2 x}$, $x \in \mathbb{R}$. Dále ukažte, že $f\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$.

Příklad 7. (3 body)

Napište rovnice tečny a normály ke grafu funkce $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ procházející bodem $[-2, -3]$.