

1. zápočtová písemka

Matematika II, podzim 2007, skupina C

Jméno, UČO:.....

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	celkem

Příklad 1. (5 bodů: +1 za správnou odpověď, -1 za špatnou odpověď, 0 bez odpovědi)

Odpovězte (škrtnutím nehodícího se **ANO** nebo **NE** na patřičném řádku), zda jsou pravdivá následující tvrzení:

1. ANO NE Existuje neprázdná množina $A \subseteq \mathbb{R}$ taková, že $\sup A = \inf A$.
2. ANO NE Má-li funkce f v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$ obě jednostranné limity, které jsou si rovny, potom má funkce f v bodě x_0 limitu.
3. ANO NE Je-li funkce f ohraničená na uzavřeném intervalu $[a, b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, potom je na tomto intervalu spojitá.
4. ANO NE Je-li funkce f spojitá v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, potom má v bodě x_0 derivaci.
5. ANO NE Derivace sudé funkce je opět sudá funkce.

Příklad 2. (5 bodů: 3 body za první část, 1 bod za druhou část, 1 bod za třetí část)

1. Pomocí definice limity vysvětlete co znamená, že

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty,$$

a doplňte následující tabulku.

a	1	5	10
δ			

2. Uveďte příklad funkce $f(x)$, která není definovaná v bodě $x_0 = 1$, má v bodě x_0 obě jednostranné limity, ale nemá v bodě x_0 limitu. Načrtněte její graf.

3. Uveďte derivaci funkce $f(x) = 3^x$.

Příklad 3. (4 body)

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce f dané tabulkou:

x_i	-1	0	1
$f(x_i)$	-2	-2	-4
$f'(x_i)$	7	-1	-5

Příklad 4. (4 body)

Rozložte racionální lomenou funkci

$$\frac{3x^2 - 4x + 4}{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2}$$

na součet parciálních zlomků.

Příklad 5. (5 bodů)

Vypočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

Příklad 6. (4 body)

Určete derivaci funkce $f(x) = \arctan \frac{\cos x}{1 + \sin x}$, $x \neq \frac{3\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Příklad 7. (3 body)

Napište rovnice tečny a normály ke grafu funkce $f(x) = 2x - \ln x$ procházející bodem $[1, 2]$.